This Question Paper contains 20 printed pages.
(Part - A & Part - B)

Sl.No. 1500004

050 (G)

(JUNE, 2024)
(SCIENCE STREAM)
(CLASS - XII)

પ્રશ્ન પેપરનો સેટ નંબર જેની સામેનું વર્તુળ OMR શીટમ ઘટ્ટ કરવાનું રહે છે. Set No. of Question Pape circle against which is to darken in OMR sheet.
15

Part - A : Time : 1 Hour / Marks : 50
Part - B : Time : 2 Hours / Marks : 50

(Part - A)

Time : 1 Hour] *[Maximum Marks : 5*

સૂચનાઓ :

1) આ પ્રશ્નપત્રના ભાગ - A માં હેતુલક્ષી પ્રકારના કુલ 50 પ્રશ્નો છે. બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે
2) પ્રશ્નોની ક્રમ સંખ્યા 1 થી 50 છે અને દરેક પ્રશ્નનો ગુણ 1 છે.
3) કાળજીપૂર્વક દરેક પ્રશ્નનો અભ્યાસ કરી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરીને OMR શીટમાં જવાબ લખવો.
4) આપને અલગથી આપેલ OMR પત્રકમાં જે તે પ્રશ્ન નંબર સામે (A) O, (B) O, (C) O, (D) O આપેલા છે. તે પ્રશ્નનો જે જવાબ સાચો હોય તેના વિકલ્પ પરના વર્તુળને બોલપેનથી પૂર્ણ ● ઘટ્ટ કરવાનું રહેશે.
5) રફ કાર્ય હેતુ આ ટેસ્ટ બુકલેટમાં આપેલી જગ્યા પર કરવાનું રહેશે.
6) પ્રશ્નપત્રકમાં ઉપરની જમણી બાજુમાં આપેલા પ્રશ્નપત્રક સેટ નં. ને OMR પત્રકમાં આપેલી જગ્યામાં લખવાનું રહેશે.
7) વિદ્યાર્થીઓ જરૂર જણાય ત્યાં સાદા કેલ્ક્યુલેટર અને લૉગ ટેબલનો ઉપયોગ કરી શકશે.
8) આ પ્રશ્નપત્રમાં વપરાયેલ સંજ્ઞાઓને તેના યોગ્ય પ્રચલિત અર્થ છે.

	રફ કાર્ય
1) $x+y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$ શરતોને આધીન $Z = 3x + 4y$ નું ન્યૂનત્તમ મૂલ્ય ________ છે. (A) 12 (B) 28 (C) 16 (D) 0	

2) જો $2\,P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ અને $P(A/B) = \frac{2}{5}$ હોય, તો $P(A \cup B)$ = ______.

(A) $\frac{11}{13}$ (B) $\frac{11}{26}$

(C) $\frac{10}{13}$ (D) $\frac{10}{26}$

3) જો A અને B કોઈપણ બે ઘટનાઓ માટે

P(A) + P(B) − P(A અને B) = P(A) હોય, તો ______.

(A) $P(B/A) = 1$ (B) $P(B/A) = 0$

(C) $P(A/B) = 1$ (D) $P(A/B) = 0$

4) વાસ્તવિક સંખ્યાઓના ગણ R પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ $R = \{(a,b) : a < b\}$ એ ______.

(A) સંમિત હોય પરંતુ સ્વવાચક કે પરંપરિત ના હોય.

(B) સ્વવાચક અને સંમિત હોય પરંતુ પરંપરિત ના હોય.

(C) પરંપરિત હોય પરંતુ સ્વવાચક કે સંમિત ના હોય.

(D) સ્વવાચક અને પરંપરિત હોય પરંતુ સંમિત ના હોય.

5) વિધેય $f : N \to N$, $f(x) = \begin{cases} x+1, x - \text{અયુગ્મ} \\ x-1, x - \text{યુગ્મ} \end{cases}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત વિધેય એ ______.

(A) એક-એક અને વ્યાપ્ત છે.

(B) એક-એક છે પરંતુ વ્યાપ્ત નથી.

(C) અનેક-એક અને વ્યાપ્ત છે.

(D) એક-એક પણ નથી અને વ્યાપ્ત પણ નથી.

રફ કાર્ય

6) $f: \mathrm{R} \to \mathrm{R}$, $f(x) = 4x+3$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત છે. $f^{-1}(x) =$ ______.

(A) $\frac{x+4}{3}$

(B) $\frac{x+3}{4}$

(C) $\frac{x-4}{3}$

(D) $\frac{x-3}{4}$

7) $\tan^{-1}(-\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2) =$ ______.

(A) $-\frac{2\pi}{3}$

(B) $-\pi$

(C) π

(D) $\frac{2\pi}{3}$

8) $\sin(\tan^{-1} x), |x| < 1 =$ ______.

(A) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(B) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(D) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

9) $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right), x > 1$ ને સાદા સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(A) $\sec^{-1} x$

(B) $\operatorname{cosec}^{-1} x$

(C) $-\sec^{-1} x$

(D) $-\operatorname{cosec}^{-1} x$

(P.T.O.)

રફ કાર્ય

10) $\cos^{-1}\left(\cos\frac{13\pi}{6}\right)+\tan^{-1}\left(\tan\frac{7\pi}{6}\right) =$ __________.

(A) π

(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) 0

11) શ્રેણિક A, $m\times n$ કક્ષાવાળો શ્રેણિક હોય અને શ્રેણિક B માટે જો AB' અને $B'A$ બન્ને વ્યાખ્યાયિત હોય, તો શ્રેણિક B ________ કક્ષાનો શ્રેણિક છે.

(A) $m\times m$

(B) $n\times m$

(C) $n\times n$

(D) $m\times n$

12) કોઈ પણ બે શ્રેણિકો A અને B જે 3×3 કક્ષાના છે, તો તેમના માટે ____________.

(A) $AB=BA$

(B) $AB=O$

(C) $AB\neq BA$

(D) $AB=I$

13) જો $A=\begin{bmatrix}\alpha & \beta \\ \gamma & -\alpha\end{bmatrix}$ માટે $A^2=I$ થાય, તો __________.

(A) $1+\alpha^2+\beta\gamma=0$

(B) $1-\alpha^2-\beta\gamma=0$

(C) $1-\alpha^2+\beta\gamma=0$

(D) $1+\alpha^2-\beta\gamma=0$

રફ કાર્ય

14) જો A અને B સમાન કક્ષાવાળા વિસંમિત શ્રેણિક હોય, તો $(AB)' =$ ________.

(A) BA

(B) $-A'B'$

(C) $A'B'$

(D) $-BA$

15) જો A એ 2 કક્ષાવાળો સામાન્ય શ્રેણિક હોય, તો A^{-1} નો નિશ્ચાયક ________ છે.

(A) det(A)

(B) 1

(C) $\frac{1}{\det(A)}$

(D) 0

16) જો (2, –6), (5, 4) અને (*k*, 4) શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 35 ચોરસ એકમ હોય, તો *k* નું મૂલ્ય ________.

(A) 12

(B) –12, –2

(C) –2

(D) 12, –2

17) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ માટે $(A^{-1})^2 =$ ________.

(A) $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{16} \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & -16 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{16} \end{bmatrix}$

(P.T.O.)

રફ કાર્ય

18) શ્રેણિક A અને B 3×3 કક્ષાના શ્રેણિક છે. $|A| = 5, |B| = 3$, તો $|3AB| =$ ________.

(A) 45
(B) 135
(C) 15
(D) 405

19) જો $x = \sin y$, તો $\frac{d^2y}{dx^2} =$ ________, $(0 < x < 1)$.

(A) $\frac{1}{(1-x^2)^{3/2}}$
(B) $\frac{x}{(1-x^2)^{3/2}}$
(C) $\frac{-x}{(1-x^2)^{3/2}}$
(D) $\frac{-1}{(1-x^2)^{3/2}}$

20) $xy = e^{x-y}$ માટે, $\frac{dy}{dx} =$ ________

(A) $\frac{x(y+1)}{y(x-1)}$
(B) $\frac{y(y+1)}{x(x-1)}$
(C) $\frac{y(x-1)}{x(y+1)}$
(D) $\frac{y(x+1)}{x(y-1)}$

21) જો $x = at^2, y = 2at$, તો $\frac{dy}{dx} =$ ________.

(A) $\frac{x}{y}$
(B) $\frac{y}{2x}$
(C) $\frac{x}{2y}$
(D) $\frac{y}{x}$

રફ કાર્ય

22) એક વર્તુળની ત્રિજ્યા 0.7 સે.મી./સે. ના દરે વધે છે, તો વર્તુળના પરિઘના વધવાનો દર કેટલો હશે?

(A) 1.4π સે.મી./સે.
(B) 0.14π સે.મી./સે.
(C) 14π સે.મી./સે.
(D) -1.4π સે.મી./સે.

23) વિધેય $y = 6 - 9x - x^2$ એ ________ અંતરાલમાં ચુસ્ત રીતે વધે છે.

(A) $\left(0, -\frac{9}{2}\right)$
(B) $(-\infty, 0)$
(C) $\left(-\infty, \frac{9}{2}\right)$
(D) $\left(-\infty, -\frac{9}{2}\right)$

24) વિધેય $f(x) \sin x + \cos x$ નું મહત્તમ કિંમત શું છે?

(A) 1
(B) 2
(C) $\sqrt{2}$
(D) 0

25) વક્ર $x^2 = 2y$ પરનું (0, 5) થી સૌથી નજીકનું બિંદુ ________ હોય.

(A) $\left(2\sqrt{2}, 4\right)$
(B) (0, 0)
(C) $\left(2\sqrt{2}, 0\right)$
(D) (2, 2)

રફ કાર્ય

26) જો $\frac{d}{dx}(f(x)) = 4x^3 - \frac{3}{x^4}$ અને $f(2) = 0$ હોય, તો $f(x)$ ______ છે.

(A) $x^4 + \frac{1}{x^3} - \frac{129}{8}$

(B) $x^4 + \frac{1}{x^3} + \frac{129}{8}$

(C) $x^3 + \frac{1}{x^4} + \frac{129}{8}$

(D) $x^3 + \frac{1}{x^4} - \frac{129}{8}$

27) $\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1+x^2} dx =$ ______ $+ C$.

(A) $\sin(\tan^{-1} x)$

(B) $-\cos(\tan^{-1} x)$

(C) $-\sin(\tan^{-1} x)$

(D) $\cos(\tan^{-1} x)$

28) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}} dx =$ ______ $+ C, x > (-4)$

(A) $-\frac{2}{3}\sqrt{x+4}(x-8)$

(B) $\frac{1}{3}\sqrt{x+4}(x-8)$

(C) $\frac{2}{3}\sqrt{x+4}(x-8)$

(D) $-\frac{1}{3}\sqrt{x+4}(x-8)$

29) $\int \frac{e^x(1+x)}{\sin^2(x \cdot e^x)} dx =$ ______ $+ C$.

(A) $\cot(x \cdot e^x)$

(B) $-\tan(x \cdot e^x)$

(C) $\tan(x \cdot e^x)$

(D) $-\cot(x \cdot e^x)$

રફ કાર્ય

30) $\int e^x \cdot \sec x(1+\tan x)\,dx =$ _______ $+C.$

(A) $e^x \cdot \cos x$

(B) $e^x \cdot \sin x$

(C) $e^x \cdot \sec x$

(D) $e^x \cdot \tan x$

31) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}} =$ _________ $+C.$

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{12}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) 0

32) $\int \frac{1-\cos x}{1+\cos x}dx =$ _________ $+C.$

(A) $-\tan\frac{x}{2}-x$

(B) $-2\tan\frac{x}{2}-x$

(C) $2\tan\frac{x}{2}+x$

(D) $2\tan\frac{x}{2}-x$

33) $\int \tan^8 x \cdot \sec^4 x\,dx =$ ________ $+C.$

(A) $\frac{\tan^{11} x}{11}+\frac{\tan^9 x}{9}$

(B) $\frac{\tan^9 x}{9}+\frac{\tan^7 x}{7}$

(C) $\frac{\tan^{11} x}{11}-\frac{\tan^9 x}{9}$

(D) $\frac{\tan^9 x}{9}-\frac{\tan^7 x}{7}$

રફ કાર્ય

34) વક્ર $y = \cos x$ ના $x = 0$ અને $x = \frac{3\pi}{2}$ વચ્ચે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(A) 1 (B) 3

(C) 2 (D) 4

35) ઉપવલય $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ થી આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(A) 6π (B) 13π

(C) 36π (D) 24π

36) વક્ર $y = x|x|$, X - અક્ષ અને રેખાઓ $x = -1$ તથા $x = 1$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ ________ છે.

(A) 0 (B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{4}{3}$

37) વિકલ સમીકરણ

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$$ નું પરિમાણ ________ છે.

(A) 3 (B) 1

(C) 2 (D) અવ્યાખ્યાયિત

રફ કાર્ય

38) ચતુર્થ કક્ષાના વિકલ સમીકરણના વ્યાપક ઉકેલમાં સ્વૈર અચળોની સંખ્યા ________ હશે.

(A) 0
(B) 3
(C) 2
(D) 4

39) વિકલ સમીકરણ $y \log y \, dx - x \, dy = 0$ નો વ્યાપક ઉકેલ ________ છે.

(A) $x = e^{-cy}$
(B) $y = e^{-cx}$
(C) $y = e^{cx}$
(D) $x = e^{cy}$

40) સમપરિમાણ વિકલ સમીકરણ

$\left(1+e^{x/y}\right)dx + e^{x/y}\left(1-\frac{x}{y}\right)dy = 0$ નો ઉકેલ કયા આદેશ દ્વારા મેળવી શકાય?

(A) $y = vx$
(B) $x = vy$
(C) $v = yx$
(D) $x = v$

41) સદિશો $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ અને $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ વચ્ચેનો ખૂણો θ શોધો.

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

(B) $\pi - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

(C) $\pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

(D) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

(P.T.O.)

42) જો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસ-પાસેની બાજુઓ સદિશો $\vec{a}=\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$ અને $\vec{b}=2\hat{i}-7\hat{j}+\hat{k}$ હોય, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(A) $15\sqrt{2}$ (B) $\frac{15}{\sqrt{2}}$

(C) 15 (D) 30

43) $\hat{i}\cdot(\hat{j}\times\hat{k})+\hat{j}\cdot(\hat{i}\times\hat{k})+\hat{k}\cdot(\hat{i}\times\hat{j})+\hat{j}\cdot(\hat{j}\times\hat{k})=$ _____.

(A) 0 (B) 1

(C) −1 (D) 3

44) સદિશ $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ ના દિક્કોસાઈન શોધો.

(A) 1, −2, 3 (B) $\frac{1}{\sqrt{14}},\frac{-2}{\sqrt{14}},\frac{3}{\sqrt{14}}$

(C) $\frac{-1}{\sqrt{14}},\frac{-2}{\sqrt{14}},\frac{-3}{\sqrt{14}}$ (D) $\frac{1}{14},\frac{2}{14},\frac{3}{14}$

45) જે સદિશનું માન 5 એકમ હોય અને $\vec{a}=2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$ અને $\vec{b}=\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ ના પરિણામી સદિશને સમાંતર હોય તે સદિશ શોધો.

(A) $\frac{5}{\sqrt{51}}\hat{i}-\frac{5}{\sqrt{51}}\hat{j}-\frac{35}{\sqrt{51}}\hat{k}$

(B) $\frac{3\sqrt{10}}{2}\hat{i}+\frac{10\sqrt{2}}{2}\hat{j}+\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{k}$

(C) $\frac{3\sqrt{10}}{2}\hat{i}-\frac{10\sqrt{2}}{2}\hat{j}$

(D) $\frac{3\sqrt{10}}{2}\hat{i}+\frac{\sqrt{10}}{2}\hat{j}$

રફ કાર્ય

46) જો $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$ તો અને તોજ ____________, $(\vec{a}\neq\vec{0}, \vec{b}\neq\vec{0})$.

(A) $\vec{a}$ અને $\vec{b}$ એકજ દિશામાં છે.

(B) $\vec{a}$ અને $\vec{b}$ વિરૂદ્ધ દિશામાં છે.

(C) $\vec{a}$ અને $\vec{b}$ પરસ્પર લંબ છે.

(D) $\vec{a}$ અને $\vec{b}$ પરસ્પર સમાંતર પણ નથી અને લંબ પણ નથી.

47) જો રેખાઓ $\frac{1-x}{3}=\frac{7y-14}{2p}=\frac{z-3}{2}$ અને $\frac{7-7x}{3p}=\frac{y-5}{1}=\frac{6-z}{5}$ પરસ્પર લંબ હોય તો $p=$ ____________.

(A) 70

(B) $-\frac{70}{11}$

(C) $\frac{70}{11}$

(D) -70

48) બિંદુ (5, 2, –4) માંથી પસાર થતી અને સદિશ $3\hat{i}+2\hat{j}-8\hat{k}$ ને સમાંતર રેખાનું કાર્તેઝિય સમીકરણ શોધો.

(A) $\frac{x-5}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+4}{-8}$

(B) $\frac{x-5}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-4}{-8}$

(C) $\frac{x+5}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-4}{-8}$

(D) $\frac{x-5}{-3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+4}{-8}$

49) રેખાઓ $\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$ અને $\frac{x-5}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{8}$ ની જોડ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો.

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

(B) $-\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

(C) $\pi-\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

(D) $\sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

50) સુરેખ આયોજનના એક પ્રશ્નના હેતુલક્ષી વિધેય $Z=3x+9y$ ના સીમિત શક્ય ઉકેલ પ્રદેશના શિરોબિંદુઓ (0, 10), (5, 5), (15, 15),(0,20) છે. તો Z નું મહત્તમ મૂલ્ય __________ છે.

(A) 60

(B) 0

(C) 90

(D) 180

050 (G)

(JUNE, 2024)
(SCIENCE STREAM)
(CLASS - XII)

(Part - B)

Time : 2 Hours] *[Maximum Marks : 50*

સૂચનાઓ :

1) સ્પષ્ટ વંચાય તેવું હસ્તલેખન જાળવવું.
2) આ પ્રશ્નપત્રના ભાગ - B માં ત્રણ વિભાગ છે. અને 1 થી 27 પ્રશ્નો આપેલા છે.
3) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે. આંતરિક વિકલ્પો આપેલા છે.
4) પ્રશ્નની જમણી બાજુના અંક તેના ગુણ દર્શાવે છે.
5) નવો વિભાગ નવા પાના પર લખવો.
6) પ્રશ્નોના જવાબ ક્રમમાં લખવા.
7) વિદ્યાર્થીઓ જરૂર જણાય ત્યાં સાદા કેલ્ક્યુલેટર અને લૉગ ટેબલનો ઉપયોગ કરી શકશે.
8) સુરેખ આયોજનના પ્રશ્નમાં આલેખપત્રનો ઉપયોગ કરવો.

17 marks

વિભાગ - A

■ નીચે આપેલા પ્રશ્ન નંબર 1 થી 12 માંથી ગમે તે 8 પ્રશ્નોની ગણતરી કરી ટૂંકમાં જવાબ આપો. (દરેક પ્રશ્નના 2 ગુણ) [16]

cos θ = x

1) સાબિત કરો : $3\cos^{-1}x = \cos^{-1}\left(4x^3 - 3x\right); x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$. [2]

2) સાબિત કરો : $\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left[\frac{1-x}{1+x}\right]; x \in [0,1]$. [2]

3) જો વિધેય $f(x) = \begin{cases} \frac{k\cos x}{\pi - 2x}, & x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ એ $x = \frac{\pi}{2}$ આગળ સતત હોય તો k નું મૂલ્ય શોધો. [2]

(P.T.O.)

4) $\int \frac{dx}{e^x - 1}$ મેળવો. [2]

5) $y = |x+3|$ નું આલેખન કરો અને $\int_{-6}^{0} |x+3| dx$ ની કિંમત શોધો. [2]

6) રેખા $y = 3x + 2$, X - અક્ષ અને રેખાઓ $x = -1$ અને $x = 1$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો. [2]

7) વિકલ સમીકરણ [2]

$x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$ નો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો.

8) જો $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ એકમ સદિશો અને $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ હોય, તો $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ નું મૂલ્ય મેળવો. [2]

9) બિંદુ (1, 2, –4) માંથી પસાર થતી અને બે રેખાઓ [2]

$\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ તથા $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$ ને લંબ હોય તેવી રેખાનું સદિશ સમીકરણ શોધો.

10) સાબિત કરો કે (4, 7, 8), (2, 3, 4) બિંદુઓમાંથી પસાર થતી રેખા (–1, –2, 1) અને (1, 2, 5) બિંદુઓમાંથી પસાર થતી રેખાને સમાંતર છે. [2]

11) બે પાસા ફેંકવાથી મળતી સંખ્યાઓ ભિન્ન છે તેમ આપેલ હોય, તો બે પાસા પરની સંખ્યાઓનો સરવાળો 4 હોય' તે ઘટનાની સંભાવના શોધો. [2]

12) A અને B એક ચોક્કસ સવાલને સ્વતંત્ર રીતે ઉકેલે તેની સંભાવના અનુક્રમે $\frac{1}{2}$ અને $\frac{1}{3}$ છે જો A અને B બન્ને સ્વતંત્ર રીતે સવાલને ઉકેલવાનો પ્રયત્ન કરે, તો બેમાંથી એકને જ સવાલનો ઉકેલ મળે તેની સંભાવના શોધો. [2]

વિભાગ - B

■ **નીચે આપેલા પ્રશ્ન નંબર 13 થી 21 માંથી ગમે તે 6 પ્રશ્નોની ગણતરી કરી જવાબ આપો. (દરેક પ્રશ્નના 3 ગુણ)** **[18]**

13) $A = R - \{3\}$ અને $B = R - \{1\}$ છે. $f(x) = \left(\frac{x-2}{x-3}\right)$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત વિધેય $f: A \rightarrow B$ નો વિચાર કરી શું f એક-એક અને વ્યાપ્ત છે? તમારા જવાબનું સમર્થન કરો. [3]

14) નીચેના શ્રેણિકને એક સંમિત અને એક વિસંમિત શ્રેણિકના સરવાળા તરીકે અભિવ્યક્ત કરો.

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$ [3]

15) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, તો $A \cdot \text{adj}\, A = |A| \cdot I$ ની ચકાસણી કરો. A^{-1} પણ શોધો. [3]

16) જો $x = a\left(\cos t + \log \tan \frac{t}{2}\right), y = a \sin t$, તો $\frac{d^2y}{dx^2}$ શોધો. [3]

17) સાબિત કરો કે $y = \frac{4\sin\theta}{(2+\cos\theta)} - \theta$ એ $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ માં વધતું વિધેય છે. [3]

18) પરસ્પર લંબ એકમ સદિશો $\hat{i}, \hat{j}$ અને $\hat{k}$ માટે જમણા હાથની પદ્ધતિના સંદર્ભમાં જો $\vec{\alpha} = 3\hat{i} - \hat{j}, \vec{\beta} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ હોય, તો $\vec{\beta}$ નો $\vec{\beta} = \vec{\beta}_1 + \vec{\beta}_2$ સ્વરૂપે દર્શાવો, જ્યાં $\vec{\beta}_1$ એ $\vec{\alpha}$ ને સમાંતર છે અને $\vec{\beta}_2$ એ $\vec{\alpha}$ ને લંબ છે. [3]

19) રેખા l_1 અને l_2 ના સદિશ સમીકરણ

$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda\left(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}\right)$ અને

$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu\left(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}\right)$ છે. આ બે રેખાઓ વચ્ચેનું લઘુત્તમ અંતર શોધો. [3]

20) નીચે આપેલ સુરેખ આયોજનનો પ્રશ્ન આલેખની રીતે ઉકેલો : [3]

$Z = 200x + 500y$ નું નીચેની શરતોને આધીન ન્યૂનત્તમ મૂલ્ય શોધો.

$x + 2y \geq 10$

$3x + 4y \leq 24$

$x \geq 0, y \geq 0$

21) એક થેલામાં 4 લાલ રંગના અને 4 કાળા રંગના દડા છે. બીજા થેલામાં 2 લાલ રંગના અને 6 કાળા રંગના દડા છે. બેમાંથી એક થેલો યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે અને એક દડો તે થેલામાંથી પસંદ કરવામાં આવે છે. તે લાલ રંગનો માલૂમ પડે છે, દડો પહેલા થેલામાંથી પસંદ કર્યો હોય તેની સંભાવના શોધો. [3]

વિભાગ - C

■ **નીચે આપેલા પ્રશ્ન નંબર 22 થી 27 માંથી ગમે તે 4 પ્રશ્નોની વિસ્તારથી ગણતરી કરી જવાબ આપો. (દરેક પ્રશ્નના 4 ગુણ)** **[16]**

22) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ હોય, તો $A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = O$ સાબિત કરો, અને તે પરથી A^{-1} શોધો. **[4]**

23) શ્રેણિક પદ્ધતિથી નીચેનાં સુરેખ સમીકરણોની સંહતિનો ઉકેલ મેળવો. **[4]**

$x + y + z = 6$

$y + 3z = 11$

$x + z = 2y$

24) જો $-1 \le x \le 1$ માટે $y = e^{a\cos^{-1}x}$ હોય, તો સાબિત કરો કે $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - a^2y = 0$. **[4]**

25) સાબિત કરો કે નિયત વર્તુળમાં અંતર્ગત તમામ લંબચોરસોમાં ચોરસનું ક્ષેત્રફળ મહત્તમ છે. **[4]**

26) $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x)\, dx$ નું મૂલ્ય મેળવો. **[4]**

27) એક સંવર્ધન કેન્દ્રમાં બેક્ટેરિયાની સંખ્યા 1,00,000 છે. 2 કલાકમાં તેની સંખ્યા 10% ના દરે વધે છે. જો બેક્ટેરિયાનો વૃદ્ધિ-દર કોઈપણ સમયે હાજર બેક્ટેરિયાની સંખ્યાના પ્રમાણમાં હોય, તો કેટલા કલાકમાં તેની સંખ્યા 2,00,000 થશે? **[4]**

♠♠♠♠