माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल

24 पृष्ठीय

परीक्षार्थी द्वारा भरा जावे ↓

परीक्षा का विषय	विषय कोड			परीक्षा का माध्यम
Higher Mathematics	1	5	0	English

परीक्षार्थी द्वारा भरा जावे

BOARDOFSECONDARYEDUCATIONMADHYAPRADESHBHOPAL

287732

परीक्षार्थी का रोल नम्बर

X	2	9	6	3	2	6	0	0	9

शब्दों में

X	Two	Nine	six	three	two	six	zero	zero	nine

उदाहरणार्थ	1	1	2	4	3	9	5	6	8
	एक	एक	दो	चार	तीन	नौ	पांच	छः	आठ

केन्द्राध्यक्ष/सहायक केन्द्राध्यक्ष एवं पर्यवेक्षक द्वारा भरा जावे

क :– पूरक उत्तर पुस्तिकाओं की संख्या अंकों में 03 शब्दों में Three

ख :– परीक्षार्थी का कक्ष क्रमांक 06

ग :– परीक्षा का दिनांक 23 | 03 | 2019

परीक्षा का नाम एवं परीक्षा केन्द्र क्रमांक की मुद्रा

हायर सेकेण्डरी परीक्षा 2019

केन्द्र क्रमांक 631006

पर्यवेक्षक का नाम एवं हस्ताक्षर

केन्द्राध्यक्ष / सहायक केन्द्राध्यक्ष के हस्ताक्षर

परीक्षक एवं उपमुख्य परीक्षक द्वारा भरा जावे ↓

प्रमाणित किया जाता है कि मूल्यांकन के समय पूरक उत्तर पुस्तिकाओं की संख्या उपरोक्तानुसार सही पाई होलो क्राफ्ट स्टीकर क्षतिग्रस्त नहीं पाया गया तथा अन्दर के पृष्ठों के अनुरूप मुख्य पृष्ठ पर अंकों की प्रविष्टि एवं योग सही है। निर्धारित मुद्रा : नाम, पदनाम, मोबाईल नम्बर, परीक्षक क्रमांक एवं पदांकित संस्था के नाम की मुद्रा लगाएं।

S. S. BAIS
Principal
Govt. H.S.S. GUJARI
DHTWD/150/5505

उप मुख्य परीक्षक के हस्ताक्षर एवं निर्धारित मुद्रा

परीक्षक के हस्ताक्षर एवं निर्धारित मुद्रा

प्राचार्य
शा. ... स्कूल, धार
DHTWD/150/5504

...adhyapak
Govt. G.H.S. ...ndrel
DHTWD/.../...

केवल परीक्षक द्वारा भरा जावे।
प्रश्न क्रमांक के सम्मुख प्राप्तांकों की प्रविष्टी करें।

प्रश्न क्रमांक	पृष्ठ क्रमांक	प्राप्तांक (अंकों में)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		

Laser/Inkjet/Copier Label A4ST-16 99.1x33.9mmx15

de'mot

2

योग पूर्व पृष्ठ + पृष्ठ 2 के अंक = कुल अंक

प्रश्न क्र.

SECTION-A

Answer of Que. 1

Choose the correct option

(i) (B) 2

(ii) (B) $-\frac{\pi}{2} \le y < \frac{\pi}{2}$

(iii) (B) $\frac{\pi}{3}$

) (A) $|A|^2$

) (A) continuous but not differentiable

Answer of Que. 2

Fill in the Blanks

(i) $\left(\frac{3}{7}, -\frac{2}{7}, \frac{6}{7}\right)$

) e^x

) $\frac{7}{3}$ square units

3 योग पूर्व पृष्ठ + पृष्ठ 3 के अंक = कुल अंक

मध्यप्रदेश

प्रश्न क्र.

(iv) proportional

$\frac{5}{2}$

Answer of Que. 3
Write True / False

B
S (i) True

E (ii) True

(iii) True

(iv) True

(v) True

प्रश्न क्र.

Answer of Que. 4
Match the column

column "A" | column "B"

(i) $\int \frac{dx}{x^2-a^2}$ (c) $\frac{1}{2a} \log \left|\frac{x-a}{x+a}\right|$

(ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$ (a) $\sin^{-1} \frac{x}{a}$

(iii) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}}$ (d) $\frac{1}{a} \sec^{-1} \frac{x}{a}$

(iv) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}$ (f) $\log\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)$

(v) $\int \tan x \, dx$ (g) $\log \sec x$

B
S
E

5 [ ] + [ ] = [ ]

योग पूर्व पृष्ठ पृष्ठ अंक कुल

प्रश्न क्र.

Answer of Que. 5

Write the answer in one word

(i) There is no maximum value of $\frac{1}{x}$.

(ii) 10π cm^2/sec

(iii) $\frac{-1}{3}$

(iv) -5

(v) $3x - y = 2$

~~Answer of Que~~

प्रश्न क्र.

"Section - B"

Answer of Que. 6

Given,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 \\ -6 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 7 \\ 8 & -7 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A - B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 \\ -6 & 7 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -5 & 7 \\ 8 & -7 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-1 & 5-(-5) & 6-7 \\ -6-8 & 7-(-7) & 0-7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 10 & -1 \\ -14 & 14 & -7 \end{bmatrix}$$

Hence,

$$A - B = \begin{bmatrix} 0 & 10 & -1 \\ -14 & 14 & -7 \end{bmatrix}$$

7 [ ] + [ ] = [ ]

यो. कुल पृष्ठ   पृष्ठ , क्र अंक

प्रश्न क्र.

Answer of que. 7

Given, function,

$f(x) = 2x+3$ is defined at all real nos., we, have to find its continuity at $x=1$

$\therefore \quad f(x) = f(1) = 2(1)+3 = 2+3$

$= 5$

Now,

$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} (2x+3) = 2(1)+3$

$= 2+3 = 5$

$\because \quad f(x) = \lim_{x \to 1} f(x)$

i.e. $f(1) = \lim_{x \to 1} f(x)$

Hence, the function is continuous at $x=1$.

प्रश्न क्र.

Answer of que. 8

$$\int \frac{1-\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot dx$$

Let $I = \int \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} \cdot dx$

$$I = \int \frac{1}{\cos^2 x} \cdot dx - \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} \cdot dx$$

$$I = \int \sec^2 x \cdot dx - \int \tan x \cdot \sec x \cdot dx$$

$$I = \tan x + \sec x + C$$

B
S
E

Answer of Que. 9

Given vector,

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$$

$\therefore$ unit vector in the direction of $\vec{a}$ ~~, is~~ given by

$$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

प्रश्न क्र.

$$\hat{a} = \frac{2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (1)^2}}$$

$$\hat{a} = \frac{2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{4+9+1}}$$

$$\hat{a} = \frac{2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{14}} = \frac{2}{\sqrt{14}}\hat{i} + \frac{3}{\sqrt{14}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{14}}\hat{k}$$

B
S
E

Answer of que. 10

The equation of plane in intercept form is given by

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

Here, given intercepts are $-4, 2, 3$.

$\therefore$ we can interpret
$a = -4$, $b = 2$, $c = 3$

so, equation of plane will be

$$\frac{x}{-4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$$

प्रश्न क्र.

$\Rightarrow \dfrac{3x - 6y - 4z}{-12} = 1$

$\Rightarrow 3x - 6y - 4z = -12$

or $3x - 6y - 4z + 12 = 0$

is the equation of plane

B
S
E

Answer of Que. 11

Given points are

$\Rightarrow x = 1 - a\sin\theta$

$\Rightarrow y = b\cos^2\theta$

Differentiating both side with respect to θ

so, $\dfrac{dx}{d\theta} = \dfrac{d}{d\theta}(1 - a\sin\theta)$

$= 0 - a\cos\theta$

$= -a\cos\theta$

$\dfrac{dy}{d\theta} = \dfrac{d}{d\theta}(b\cos^2\theta)$

$\dfrac{dy}{d\theta} = b(2\cos^{2-1}\theta)\dfrac{d}{d\theta}\cos\theta$

प्रश्न क्र.

$$\frac{dy}{d\theta} = -2b\cos\theta\sin\theta$$

So, $\left.\frac{dy}{dx}\right]_{\theta=\frac{\pi}{2}} = \frac{dy/d\theta}{dx/d\theta} = \frac{+2b\cos\theta\sin\theta}{+a\cos\theta}$

$= \frac{2b}{a}\sin\theta$

$= \frac{2b}{a}\sin\frac{\pi}{2} = \frac{2b}{a}$

Slope of tangent to curve $= \frac{dy}{dx} = \frac{2b}{a}$

$\therefore$ Slope of Normal $= \frac{-1}{\frac{dy}{dx}} = \frac{-1}{\frac{2b}{a}} = \frac{-a}{2b}$

B
S
E

(12) योग पूर्व पृष्ठ + पृष्ठ क्र. = कुल अंक

प्रश्न क्र.

Answer of Que. 12

$\sqrt{49.5}$

$\Rightarrow$ Let $x = 49$ and $\Delta x = 0.5$

$\therefore f(y) = f(x+\Delta x) - f(x)$

$f(x+\Delta x) = f(x) + f(y)$

$$f(x+\Delta x) = f(x) + f'(x)\cdot\Delta x$$
$$= \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\Delta x$$
$$= \sqrt{49} + \frac{1}{2\sqrt{49}}(0.5)$$
$$= 7 + \frac{1}{14}(0.5)$$
$$= 7 + 0.03587$$
$$= 7.03587$$

$\therefore \sqrt{49.5} = 7.03587$

Hence, 7.03587 is the approximate value of $\sqrt{49.5}$

B
S
E

(13) [ ] + [ ] = [ ]

योग पूर्व पृष्ठ   पृष्ठ 1..   क   कुल अंक

प्रश्न क्र.

Answer of Que. 13

Given vectors are,
(Adjacent sides of parallelogram)

$\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$

$\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

Area of parallelogram $= |\vec{a} \times \vec{b}|$

so,

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

RHS.

$$\Rightarrow \hat{i}\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - \hat{j}\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow \hat{i}(1+4) - \hat{j}(3-4) + \hat{k}(-3-1)$

$\Rightarrow 5\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$

$\therefore |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{(5)^2 + (1)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{25 + 1 + 16}$

$= \sqrt{42}$ squ. units

$\therefore$ Area of parallelogram $= \sqrt{42}$ square units

प्रश्न क्र.

Answer of Que. 14

Given,
Equation of plane ⇒
$2x - 3y + 4z - 6 = 0$
or $2x - 3y + 4z = 6$

And point (0,0,0) or origin

we have to find,
distance between plane and origin

$$\Rightarrow \left| \frac{Ax_1 + By_1 + Cz_1 - D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right|$$

⇒ on comparing with given circumstances

$A = 2,\ B = -3,\ C = 4,\ D = 6$
$(x_1, y_1, z_1) = (0,0,0)$

So,

$$\text{Distance} = \left| \frac{2(0) + (-3)(0) + 4(0) - 6}{\sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (4)^2}} \right|$$

$$= \left| \frac{-6}{\sqrt{4+9+16}} \right| = \frac{6}{\sqrt{29}} \text{ units}$$

So, distance between plane and origin is $\frac{6}{\sqrt{29}}$ units ~~is 6 units~~

B
S
E

प्रश्न क्र.

Answer of Que. 15

Given,

$f(x) = x^2$, $g(x) = x+3$

we have to find the value of

$(gof)x$, $(fog)x$, $(fog)2$

(i) $(gof)x = g(f(x)) = g(x^2) = x^2+3$

(ii) $(fog)x = f(g(x)) = f(x+3) = (x+3)^2$

(iii) $(fog)2 \Rightarrow f(2) = f(g(x))$

$\Rightarrow f(x=2) = (x+3)^2$

$= (2+3)^2$

$= (5)^2 = 25$

$\therefore gof(x) = x^2+3$

$fog(x) = (x+3)^2$

$fog(2) = 25$

B
S
E

प्रश्न क्र.

Answer of Que. 16

prove that

$$\cos^{-1}x = 2\cos^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{2}}$$

RHS $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2\cos^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{2}}$

Put $x = \cos\theta$

$\therefore \theta = \cos^{-1}x$

$\Rightarrow 2\cos^{-1}\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

$\cos 2\theta + 1 = 2\cos^2\theta$

$\Rightarrow 2\cos^{-1}\sqrt{\frac{\cancel{2}\cos^2\frac{\theta}{2}}{\cancel{2}}}$

$\Rightarrow 2\cos^{-1}\sqrt{\cos^2\frac{\theta}{2}}$

$\Rightarrow 2\cos^{-1}\left(\cos\frac{\theta}{2}\right)$

$\Rightarrow \cancel{2}\left(\frac{\theta}{\cancel{2}}\right) \Rightarrow \theta \Rightarrow \cos^{-1}x$

B
S
E

प्रश्न क्र.

LHS = RHS

Hence, proved.

That $2\cos^{-1}x = 2\cos^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{2}}$

Answer of que 17

vertices of triangle are

(3,8), (-4,2) and (5,1)

Area of triangle is given by

$$\text{Area} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Here,

$a_1 = 3$ $a_2 = -4$ $a_3 = 5$

$b_1 = 8$ $b_2 = 2$ $b_3 = 1$

$$\therefore \text{Area} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 8 & 1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$R_2 \to R_2 - R_1$; $R_3 \to R_3 - R_1$

18 योग पूर्व पृष्ठ + पृष्ठ 18 के अंक = कुल अंक

प्रश्न क्र.

$$\text{Area} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 8 & 1 \\ -4-3 & 2-8 & 1-1 \\ 5-3 & 1-8 & 1-1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 8 & 1 \\ -7 & -6 & 0 \\ 2 & -7 & 0 \end{vmatrix}$$

Expanding w.r.t. C_3

~~Area~~

$$\text{Area} = \frac{1}{2}\left[1\begin{vmatrix} -7 & -6 \\ 2 & -7 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 2 & -7 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ -7 & -6 \end{vmatrix} \right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[(49+12) - 0 - 0 \right]$$

$$= \frac{1}{2}(61) = \frac{61}{2} \text{ square units}$$

Area of triangle $= \frac{61}{2}$ sq. units.

B
S
E

प्रश्न क्र.

Answer of Que. 18

Given, point is (1, -1, 2) in which plane lies

Also, the plane is perpendicular to other two planes which are

Plane - ①

$$2x + 3y - 2z = 5 \quad —— ①$$

Plane - ⑪

$$x + 2y - 3z = 8 \quad — ②$$

∴ Required equation of plane is of the form

$$A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0$$

where $(x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2)$

$$\therefore A(x-1) + B(y+1) + C(z-2) = 0 \quad — ③$$

As we know that, if two plane are perpendicular, then the relation between their Direction Ratios is :-

$$a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$$

20

याग पूर्व पृष्ठ + पृष्ठ अंक = कुल अंक

प्रश्न क्र.

Here,

$a_1 = A$, $b_1 = B$, $c_1 = C$

& $a_2 = 2$, $b_2 = 3$, $c_2 = -2$

$\therefore$ $2A + 3B - 2C = 0$ — (4)

Also,

$a_3 = 1$, $b_3 = 2$, $c_3 = -3$

$\therefore$ $A + 2B - 3C = 0$ — (5)

From (4) and (5)

$$\frac{A}{-9-(-4)} = \frac{B}{-2(1)-(-3)(2)} = \frac{C}{2(2)-3(1)}$$

$$\frac{A}{-9+4} = \frac{B}{-2+6} = \frac{C}{4-3}$$

$$\frac{A}{-5} = \frac{B}{4} = \frac{C}{1} = K \text{ (say)}$$

$\therefore A = -5K$, $B = 4K$, $C = K$

put value of A, B and C in equation (3)

प्रश्न क्र.

$-5k(x-1) + 4k(y+1) + k(z-2) = 0$

Dividing equation from both sides by $-k$

$\Rightarrow 5(x-1) - 4(y+1) - (z-2) = 0$

$\Rightarrow 5x - 5 - 4y - 4 - z + 2 = 0$

$\Rightarrow 5x - 4y - z - 7 = 0$

or $5x - 4y - z = 7$

$\therefore$ Required equation of plane is

$5x - 4y - z = 7$

<u>Answer of Que. 20</u>

Given,

$P(A) = \frac{1}{2}$ $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

we have to find

(i) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$= \frac{1/4}{1/4} = \frac{1}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{1} = 1$

प्रश्न क्र.

$\therefore P(A|B) = 1$

(ii) $P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$= \dfrac{1/4}{1/2} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{2}{1} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore P(B|A) = \dfrac{1}{2}$

Answer of Que. 21

Given that,
a family has two children

$\therefore$ sample space ~~S = {b₁b₂, b₁g₂,~~
$\Rightarrow S = \{(b,b), (b,g), (g,b), (g,g)\}$

$P(E)$ = probability of both the children are boys

since, $E = \{(b,b)\}$

$\therefore P(E) = \dfrac{1}{4}$

23

योग पूर्व पृष्ठ + पृष्ठ 23 के अंक = कुल अंक

प्रश्न क्र.

P(F) = Probability of atleast one of them is a boy

since, F = { (b,b), (b,g), (g,b) }

$\therefore$ P(F) = $\frac{3}{4}$

and P(E∩F) = $\frac{1}{4}$

as (E∩F) = { (b,b) }

$\therefore$ P(E|F) = Probability of both the children are boys when given that atleast one of them is a boy

= $\frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$

$\therefore$ Required probability is $\frac{1}{3}$

B
S
E

प्रश्न क्र.

Answer of que. 19

Given constraints are;

$4x + 3y \leq 12$ — (1)

$x \rightarrow 2y \geq 4$ — (2)

$x, y \geq 0$ — (3)

And

objective function

$\Rightarrow P = 2x + 4y$ (minimum)

From (1)

$4x + 3y \leq 12$

$\frac{4x}{12} + \frac{3y}{12} \leq 1$

$\frac{x}{12/4} + \frac{y}{12/3} \leq 1$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} \leq 1$

so, points are (3,0) and (0,4)

From (ll)

$x + 2y \geq 4$

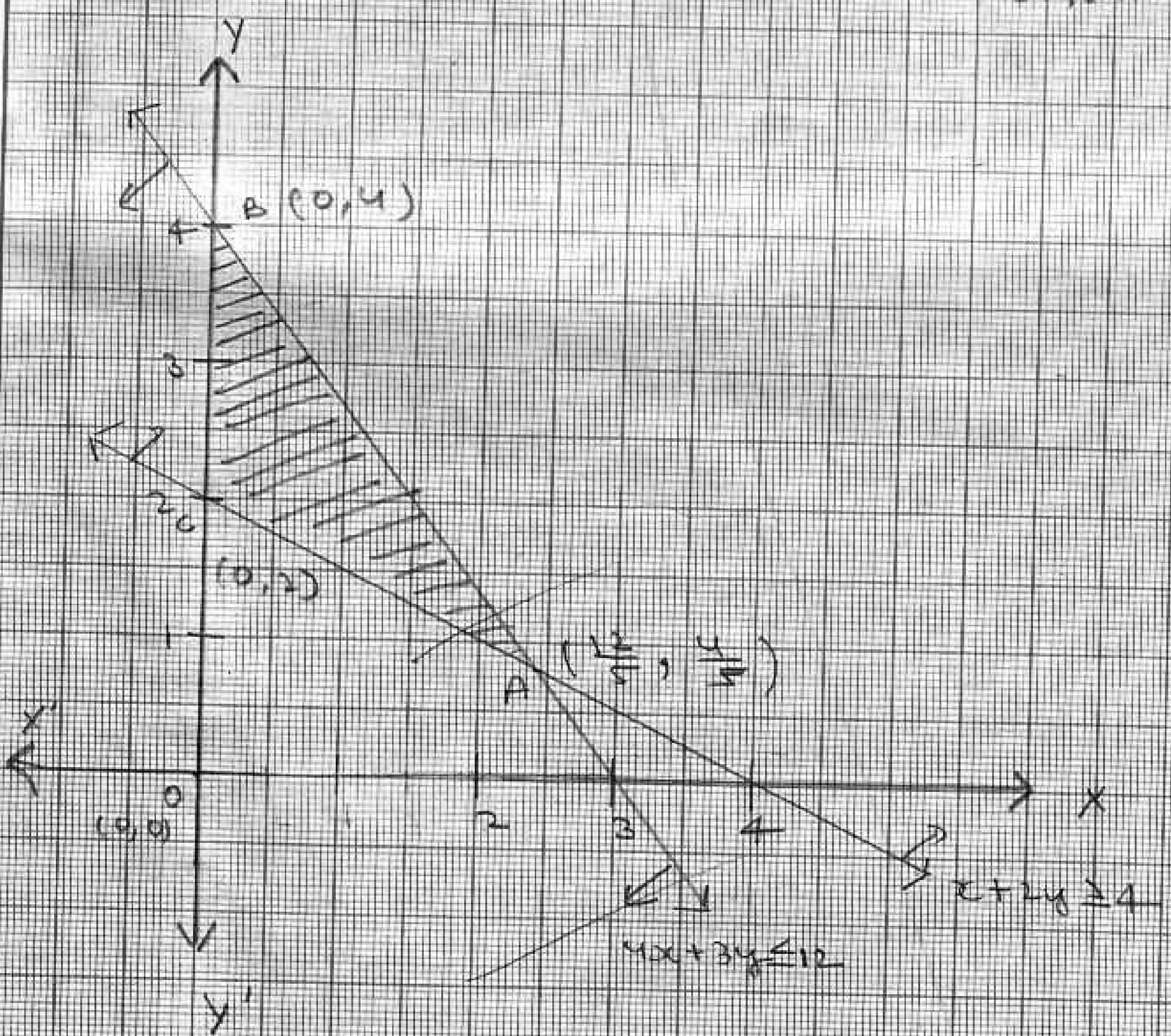
$\frac{x}{4} + \frac{2y}{4} \geq 1$

$\frac{x}{4} + \frac{y}{2} \geq 1$

so, points are (4,0) and (0,2)

x-axis & y-axis

2 unit = 1 unit
(graph) (as per solution)



माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल

4 पृष्ठीय 2019

परीक्षार्थी द्वारा भरा जावे ↓

परीक्षा का विषय	विषय कोड	परीक्षा का माध्यम	परीक्षा का दिनांक
Higher mathematics	1 5 0	English	23 03 2019

स्टीकर तीर के निशान ↓ से मिलाकर ...

परीक्षार्थी द्वारा भरा जावे →

परीक्षा का नाम एवं परीक्षा केन्द्र क्रमांक की मुद्रा

केंद्र क्रमांक 311006

पर्यवेक्षक का नाम एवं हस्ताक्षर

केन्द्राध्यक्ष / सहायक केन्द्राध्यक्ष के हस्ताक्षर

मुख्य उत्तर पुस्तिका के अंतिम पृष्ठ क्रमांक .... तक कुल प्राप्तांक ☐ + ☐ = ☐

Intersecting points
From ① and ②

$$4x + 3y = 12$$
$$x + 2y = 4 \quad \times 4$$

multiply equation ② by "4"
and subtract equation ① from ②

$$4x + 8y = 16$$
$$\underline{\overset{(-)}{4x} \overset{(-)}{+} 3y \overset{(-)}{=} 12}$$

$$5y = 4$$
$$y = \frac{4}{5}$$

put value of y in eq ②

पृष्ठ के अंकों का योग

$x + 2y = 4$

$x + 2\left(\frac{4}{5}\right) = 4$

$x + \frac{8}{5} = 4$

$x = 4 - \frac{8}{5} = \frac{20-8}{5} = \frac{12}{5}$

$\therefore$ points of feasible region are

$A\left(\frac{12}{5}, \frac{4}{5}\right)$, $B(0,4)$, $C(0,2)$

putting values in objective function

$P = 2x + 4y$

$P\left(A\left(\frac{12}{5}, \frac{4}{5}\right)\right) = 2\left(\frac{12}{5}\right) + 4\left(\frac{4}{5}\right)$

$= \frac{24}{5} + \frac{16}{5} = \frac{40}{5} = 8$

$B(0,4) = 2(0) + 4(4)$

$= 16$

$C(0,2) = 2(0) + 4(2) = 8$

Hence minimum value of objective function is 8 at points $A(\frac{12}{5}, \frac{4}{5})$

and $C(0,2)$

$\therefore$ we can get solution at any point in the equation $x+2y=4$

Answer of que 22

we have to prove $A' \cdot A = I$

LHS

$$A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$\therefore A' = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}'$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$\therefore A' \cdot A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2\alpha + (-\sin\alpha)^2 & \cos\alpha\sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha \\ \cos\alpha\sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha & \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2\alpha + \sin^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha \\ \cos\alpha\sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha & \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \end{bmatrix}$$

$[\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1]$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= I_2 = I = \text{RHS}$$

Hence, proved that

$$A' \cdot A = I$$

where $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$

माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल

4 पृष्ठीय 2019

परीक्षार्थी द्वारा भरा जावे

परीक्षा का विषय	विषय कोड	परीक्षा का माध्यम	परीक्षा का दिनांक
Higher mathematics	1 5 0	English	23 03 2019

स्टीकर तीर के निशान से मिलाकर लगायें

परीक्षार्थी द्वारा भरा जावे

माध्यमिक शिक्षा मण्डल मध्यप्रदेश

BOARD OF SECONDARY EDUCATION MADHYA PRADESH BHOPAL

परीक्षा का नाम एवं परीक्षा केन्द्र क्रमांक की मुद्रा

केन्द्र क्रमांक 63100

पर्यवेक्षक का नाम एवं हस्ताक्षर

केन्द्राध्यक्ष/सहायक केन्द्राध्यक्ष के हस्ताक्षर

मुख्य उत्तर पुस्तिका के अंतिम पृष्ठ क्रमांक............................तक कुल प्राप्तांक ☐ + ☐ = ☐

B S E

Answer of Que. 23

Discuss, the continuity of the following functions :-

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

Here we have ~~three~~ two functions

$f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right), \quad x \neq 0$

$f(x) = 0, \quad x = 0$

पृष्ठ के अंकों का योग

$f(x) = \sin x$, where $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

so,

$$-\frac{\pi}{2} \le \sin x \le \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \quad -\frac{\pi}{2} \le \sin\frac{1}{x} \le \frac{\pi}{2} \quad \left[\begin{array}{l} -1 \le \sin^{-1}x \le 1 \\ -x \le x\sin^{-1}x \le 1 \end{array}\right]$$

$$\text{or} \lim_{x\to 0^-} -\frac{x\pi}{2} \le \lim_{x\to 0} x.\sin\frac{1}{x} \le \lim_{x\to 0^+} \frac{x\pi}{2}$$

$$(-1)\lim_{x\to 0^-} \frac{x\pi}{2} \le \lim_{x\to 0} x.\sin\left(\frac{1}{x}\right) \le \lim_{x\to 0^+} \frac{x\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 0 \le \lim_{x\to 0} x.\sin\left(\frac{1}{x}\right) \le 0$$

$$\therefore \lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}$$

$$= 0$$

where, $x \neq 0$

and

given that,

$$f(x) = 0 \quad \text{at} \quad x = 0$$

Hence,

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$$

so, the given function is continuous at $x = 0$.

Answer of Que. 24

Evaluate $\int_0^1 \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2} \cdot dx$

Let $I = \int_0^1 \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2} \cdot dx$

Let

$\tan^{-1} x = t$

$\frac{1}{1+x^2} \cancel{dx} = \frac{dt}{dx}$

$\cancel{dx = 1+x^2}$

$dt = \frac{dx}{1+x^2}$

Let $I_1 = \int t \cdot dt$

$\therefore \quad I_1 = \int t \cdot dt$

$I_1 = \frac{t^{1+1}}{1+1} = \frac{t^2}{2}$

$\left[\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \right]$

so,

$I = \frac{1}{2} \left[(\tan^{-1} x)^2 \right]_0^1$

$= \frac{1}{2} \left[\tan^{-1}(1) - \tan^{-1}(0) \right]^2$

$$I = \frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right]^2$$

$$I = \frac{1}{2}\left[-\frac{\pi}{4}\right]^2$$

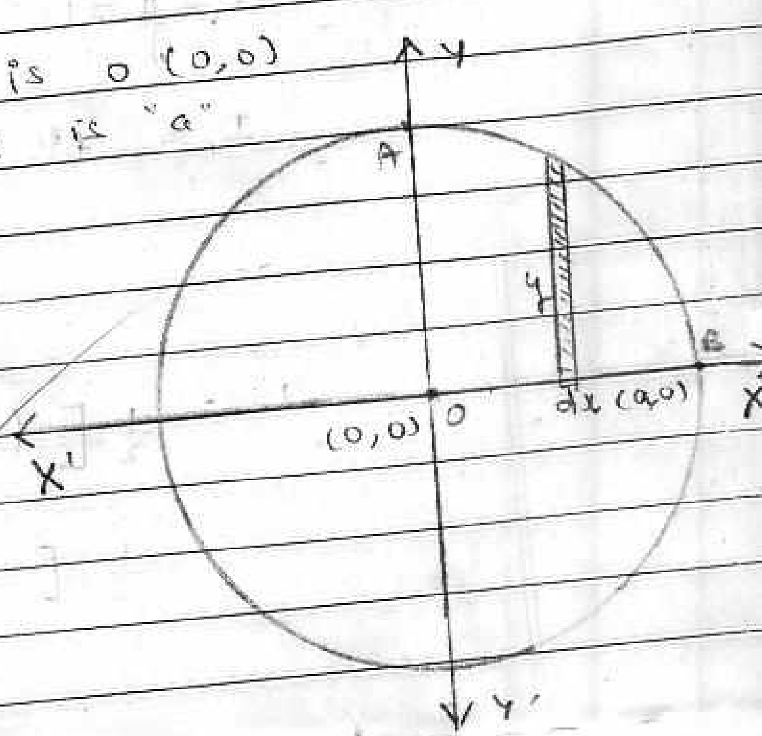
$$I = \frac{\pi^2}{2(16)} = \frac{\pi^2}{32}$$

$\therefore$ value of $\int_0^1 \tan^{-1}x \, dx = \frac{\pi^2}{32}$

Answer of Que. 25

Given, equation is an equation of circle which is $x^2 + y^2 = a^2$

It's centre is O (0,0) and radius is "a"



माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल 2019

परीक्षार्थी द्वारा भरा जावे

परीक्षा का विषय	विषय कोड	परीक्षा का माध्यम	परीक्षा का दिनांक
Higher mathematics	1 5 0	English	23 03 2019

स्टीकर तीर के निशान से मिलाकर लगायें

परीक्षार्थी द्वारा भरा जावे

परीक्षा का नाम एवं परीक्षा केन्द्र क्रमांक की मुद्रा

केन्द्र क्रमांक 631006

पर्यवेक्षक का नाम एवं हस्ताक्षर

केन्द्राध्यक्ष / सहायक केन्द्राध्यक्ष के हस्ताक्षर

मुख्य उत्तर पुस्तिका के अंतिम पृष्ठ क्रमांक ... अंक [ ] + [ ] = [ ]

B S E

we have to find the area of circle

Area of circle = 4 (Area of OAB)

$$= 4\int_0^a y \cdot dx$$

$$= 4\int_0^a \sqrt{a^2-x^2}\, dx$$

$$= 4\left[\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}\right]_0^a$$

$$= 4\left[\left\{\frac{a}{2}\sqrt{a^2-a^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{a}{a}\right\} - \left\{\frac{0}{2}\sqrt{a^2-0^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{0}{a}\right\}\right]$$

पृष्ठ के अंकों का योग

$$= 4\left[\left\{\frac{a}{2}\sqrt{0} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}(1)\right\} - \left\{0 + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}(0)\right\}\right]$$

$$= 4\left[\frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$= 4\left[\frac{a^2}{2}\,\frac{\pi}{2}\right]$$

$$= \frac{\cancel{4}\pi a^2}{\cancel{4}} = \pi a^2 \text{ square units}$$

$\therefore$ Area of circle is πa^2 square units whose equation is $x^2 + y^2 = a^2$.

Answer of Que. 26

verify that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

is the solution of

$y = a\cos x + b\sin x$

Differentiation of y w.r.t. x

$$\frac{d}{dx}(y) = \frac{d}{dx}\left[a\cos x + b\sin x\right]$$

$$\frac{dy}{dx} = a\left(\frac{d}{dx}(\cos x)\right) + b\frac{d}{dx}(\sin x)$$

$$\frac{dy}{dx} = -a\sin x + b\cos x$$

Again differentiating

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = -a\frac{d}{dx}(\sin x) + b\frac{d}{dx}(\cos x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -a\cos x - b\sin x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -(a\cos x + b\sin x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$$

Hence, verified that function $y = a\cos x + b\sin x$, where $a, b \in R$ is a solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$