



WBJEE SET-01 Bangla

MATHEMATICS

Category-I (Q. Nos. 1 to 50)

Q. 1 থেকে Q. 50 প্রতিটি প্রশ্নের একটি উত্তর সঠিক এবং প্রাপ্য

নম্বর 1, ভুল উত্তরের জন্য $\frac{1}{4}$ নম্বর কাটা যাবে।

1. 2, 5, 8, ... সমান্তর শ্রেণির $2n$ -সংখ্যক পদের সমষ্টি, যদি 57, 59, 61 এই শ্রেণিটির n -সংখ্যক পদের সমষ্টির সমান হয় তবে n -এর মান

- (1) 10 (2) 11
(3) 12 (4) 13

2. $2^{\frac{1}{4}} 4^{\frac{1}{8}} 8^{\frac{1}{16}} 16^{\frac{1}{32}} \dots$ অসীম পর্যন্ত =

- (1) 2 (2) 4
(3) 8 (4) 16

3. $3^{x+1} = 6^{\log_2 3}$ হলে, $x =$

- (1) 3 (2) 2
(3) $\log_3 2$ (4) $\log_2 3$

4. $a + 2b + 3c = 12$ ($a, b, c \in R^+$) হলে ab^2c^3 -এর মান

- (1) $\geq 2^3$ (2) $\geq 2^6$
(3) $\leq 2^6$ (4) কোনোটিই নয়

5. $x^2 - x + 1 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয় α, β হলে $\alpha^{2009} + \beta^{2009}$ এর মান

- (1) -2 (2) -1
(3) 1 (4) 2

6. $a = \cos\theta + i\sin\theta$ হলে, $\frac{1+a}{1-a}$ -এর মান

- (1) $i\cot\frac{\theta}{2}$ (2) $i\tan\frac{\theta}{2}$
(3) $i\cos\frac{\theta}{2}$ (4) $i\operatorname{cosec}\frac{\theta}{2}$

7. z একটি জটিল রাশি ও $\operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)$ হলে

- (1) $\operatorname{Re}(z^2) = 0$ (2) $\operatorname{Im}(z^2) = 0$
(3) $\operatorname{Re}(z^2) = \operatorname{Im}(z^2)$ (4) $z^2 = 0$

8. i^i -এর কাল্পনিক অংশ

- (1) 0 (2) 1
(3) 2 (4) -1

9. $3\cos x + 4\sin x + 5$ -এর গরিষ্ঠ মান

- (1) 5 (2) 6
(3) 7 (4) কোনোটিই নয়

10. $[0, 2\pi]$ বিস্তারে θ_1 ও θ_2 দুটি মান হলে এবং $\tan\theta = \lambda$

হলে, $\tan\frac{\theta_1}{2} \tan\frac{\theta_2}{2}$ -এর মান

- (1) 0 (2) -1
(3) 2 (4) 1

11. $5\cos 2\theta + 2\cos^2\frac{\theta}{2} + 1 = 0$, যখন $0 < \theta < \pi$ হলে, θ -এর মান

- (1) $\frac{\pi}{3} \pm \pi$
(2) $\frac{\pi}{3}, \cos^{-1}\frac{3}{5}$
(3) $\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \pm \pi$
(4) $\frac{\pi}{3}, \pi - \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \cos t^2 dt}{x \sin x}$ -এর মান

- (1) $\frac{3}{2}$ (2) 1
(3) -1 (4) কোনোটিই নয়

13. $f(x) = x + |x|$ সন্তুত হবে যখন

- (1) $x \in (-\infty, \infty)$
(2) $x \in (-\infty, \infty) - \{0\}$
(3) কেবলমাত্র $x > 0$
(4) x -এর কোনো মান নেই



14. $y = \int_0^x |t| dt$ বক্রের স্পর্শক দ্বারা ছেদিতাংশ যা $y = 2x$ সরলরেখার সমান্তরাল, x -অক্ষের ওপর তা হল

- (1) 1 (2) -2
(3) 2 (4) কোনোটিই নয়

15. $y^2 = 4x$ বক্রের যে বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = 1$ তার ভুজ হল

- (1) 0 (2) 2
(3) 1 (4) কোনোটিই নয়

16. $\int 5^{5^x} 5^{5^x} 5^x dx$ -এর মান

- (1) $5^{5^x} (\log 5)^3 + c$
(2) $\frac{5^{5^x}}{(\log 5)^3} + c$
(3) $\frac{5^{5^x}}{(\log 5)^3} + c$
(4) $5^{5^x} (\log 5)^3 + c$

17. $f(t) = \int_{-t}^t \frac{e^{-|x|}}{2} dx$ হলে, $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ -এর মান

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$
(3) 0 (4) -1

18. $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx$ হলে, $\frac{1}{I_3 + I_5}$ -এর মান

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$
(3) $\frac{1}{8}$ (4) 4

19. $y = x^3$ এবং $y = \sqrt{x}$ বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল

- (1) $\frac{5}{3}$ বর্গ একক (2) $\frac{5}{4}$ বর্গ একক
(3) $\frac{5}{12}$ বর্গ একক (4) $\frac{12}{5}$ বর্গ একক

20. $xdy - ydx + x^2 e^x dx = 0$ -এর সমাধান

- (1) $\frac{y}{x} + e^x = c$ (2) $\frac{x}{y} + e^x = c$
(3) $x + e^y = c$ (4) $y + e^x = c$

21. $x \frac{dy}{dx} + y \log x = x e^x x^{\frac{1}{2} \log x}$ -অবকল সমীকরণের সমাকল গুণক

- (1) $x^{\log x}$ (2) $(\sqrt{x})^{\log x}$
(3) $(\sqrt{e})^{(\log x)^2}$ (4) e^{x^2}

22. $(3, -4)$ ও $(5, 2)$ -এর মধ্যবিন্দুগামী এবং x ও y -অক্ষের $2:1$ অনুপাতে ছেদিতাংশ তৈরি করা সরলরেখার সমীকরণ

- (1) $x + y - 3 = 0$ (2) $2x - y = 9$
(3) $x + 2y = 2$ (4) $2x + y = 7$

23. যে বৃত্তের কেন্দ্র $(2, 1)$ ও $3x + 4y = 5$ সরলরেখাকে স্পর্শ করে তার সমীকরণ হল

- (1) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 = 0$
(2) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 5 = 0$
(3) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$
(4) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$

24. $y^2 = 16x$ অধিবৃত্তের সেই স্পর্শকের সমীকরণ যা $y - 3x - 1 = 0$ সরলরেখার ওপর লম্ব তা হল

- (1) $3y + x + 36 = 0$
(2) $3y - x - 36 = 0$
(3) $x + y - 36 = 0$
(4) $x - y + 36 = 0$

25. একটি উপবৃত্তের নাভিলম্ব তার উপাক্ষের অর্ধেক। উৎকেন্দ্রতা হল

- (1) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(3) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (4) $\frac{1}{2}$



26. একটি পরাবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা $\sqrt{3}$ হলে তার অনুবন্ধী পরাবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা হবে

- (1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{3}$
(3) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (4) $2\sqrt{3}$

27. $\log_2 e - \log_4 e + \log_8 e - \dots \infty$ -এর মান

- (1) 2 (2) 1
(3) -1 (4) অস্তিত্ব নেই

28. $A^2 - A + I = O$ হলে A ম্যাট্রিক্স-এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স হবে

- (1) $A - I$ (2) $I - A$
(3) $A + I$ (4) A

29. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+5x^2}{1+3x^2} \right)^{\frac{1}{x^2}}$ -এর মান

- (1) e^2 (2) e
(3) $\frac{1}{e}$ (4) $\frac{1}{e^2}$

30. $x = 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right) + \frac{1}{2!} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{dy}{dx} \right)^3 + \dots$ অবকল সমীকরণের ঘাত

- (1) 3 (2) 2
(3) 1 (4) অসংজ্ঞাত

31. যদি $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$ এবং $(\vec{a} + \lambda \vec{b})$ ও $(\vec{a} - \lambda \vec{b})$ পরস্পর লম্ব হলে $\lambda =$

- (1) $\frac{9}{16}$ (2) $\frac{3}{4}$
(3) $\frac{3}{2}$ (4) $\frac{4}{3}$

32. $60\hat{i} + 3\hat{j}, 40\hat{i} - 8\hat{j}, a\hat{i} - 52\hat{j}$ অবস্থান ভেক্টরবিশিষ্ট বিন্দু 3টি সমরেখ হলে $a =$

- (1) -40 (2) -20
(3) 20 (4) 40

33. $y = \log_e x, x = 0, y \leq 0$ এবং x -অক্ষের দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$
(3) 2 (4) 7

34. যদি $A = [a_{ij}]$ একটি স্কেলার ম্যাট্রিক্স হয় $n \times n$ ক্রমের যাতে $a_{ii} = k$ তাহলে A-এর ট্রেস হল

- (1) k^n (2) $\frac{n}{k}$
(3) nk (4) 0

35. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ হলে A^{100} -এর মান

- (1) $2^{100} A$ (2) $2^{99} A$
(3) $100 A$ (4) $299 A$

36. সেট $A = \{x : x \text{ একটি বাস্তব সংখ্যা } x^2 = 16 \text{ এবং } 2x = 6\}$ হবে

- (1) ϕ (2) $\{1, 2\}$
(3) $\{4\}$ (4) কোনোটিই নয়

37. $\frac{\log_3 5 \times \log_{25} 27 \times \log_{49} 7}{\log_{81} 3}$ -এর মান

- (1) 1 (2) 6
(3) $\frac{2}{3}$ (4) 3

38. $f(x) = x^3 e^{-3x}, x > 0$ হলে $f(x)$ -এর চরম মান হবে

- (1) e^{-3} (2) $3e^{-3}$
(3) $27e^{-9}$ (4) ∞

39. z যে-কোনো জটিল রাশি হলে, $|z| + |z - 1|$ -এর লঘিষ্ঠ মান হবে

- (1) 0 (2) 1
(3) 2 (4) -1

40. একটি বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা 20 হলে ওই বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা হবে

- (1) 5 (2) 6
(3) 8 (4) 10



41. ছয়টি সংখ্যা গুণোত্তর প্রগতিতে আছে। তাদের গুণফল 1000 এবং চতুর্থ পদ হল 1, শেষ পদ হবে

- (1) 1000 (2) 100
(3) $\frac{1}{100}$ (4) $\frac{1}{1000}$

42. $f(x) = \begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \tan x \\ x^3 & x^2 & x \\ 2x & 1 & 1 \end{vmatrix}$ হলে, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$ -এর

মান

- (1) 1 (2) ∞
(3) 0 (4) কোনোটিই নয়

43. $x^{\frac{1}{x}}$ -এর চরম মান হল

- (1) e (2) $\left(\frac{1}{e}\right)^e$
(3) $e^{\frac{1}{e}}$ (4) e^e

44. $f(x) = \sqrt{\log_{10} \frac{3-x}{x}}$ অপেক্ষকের সংজ্ঞার অঞ্চল

- (1) $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ (2) $(0, 3)$
(3) $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$ (4) $\left(0, \frac{3}{2}\right]$

45. $\int f(x) dx = f(x)$ হলে, $\int \{f(x)\}^2 dx$ -এর মান

- (1) $\frac{1}{2} \{f(x)\}^2$
(2) $\{f(x)\}^3$
(3) $\frac{\{f(x)\}^3}{3}$
(4) $\{f(x)\}^2$

46. $y = 1 - |x|$ ও x -অক্ষের দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$
(3) $\frac{1}{3}$ (4) 2

47. $\left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)^{\frac{2}{3}} + 4 - 3\frac{d^2 y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} = 0$ সমীকরণের ঘাত (degree)

- (1) 1 (2) 2
(3) 3 (4) কোনোটিই নয়

48. $\cos^{-1}\left(\cos \frac{7\pi}{6}\right)$ -এর মান

- (1) $\frac{7\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{6}$
(3) $\frac{5\pi}{6}$ (4) কোনোটিই নয়

49. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + (\tan x)^{101}} dx$ -এর মান

- (1) 1 (2) $\frac{\pi}{6}$
(3) $\frac{\pi}{8}$ (4) $\frac{\pi}{4}$

50. $\sin \theta + \sin \phi = 2$ হলে, $\cos(\theta + \phi)$ -এর মান

- (1) 0 (2) 1
(3) -1 (4) 2

Category-II (Q. Nos. 51 to 65)

Q. 51 থেকে Q. 65 প্রতিটি প্রশ্নের একটি উত্তর সঠিক এবং প্রাপ্য নম্বর 2, ভুল উত্তরের জন্য $\frac{1}{2}$ নম্বর কাটা যাবে।

51. $x + 2y + a = 0$ সরলরেখা $x^2 + y^2 - 4 = 0$ বৃত্তকে দুটি আলাদা বিন্দু A ও B-তে ছেদ করলে

- (1) $-2\sqrt{5} < a < 2\sqrt{5}$ (2) $0 < a < 2\sqrt{5}$
(3) $-\sqrt{5} < a < \sqrt{5}$ (4) $0 < a < \sqrt{5}$

52. $P(A-B) = \frac{1}{3}, P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$ হলে A ও B -এর ঘটনা দুটির মধ্যে কেবল B ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{7}$
(3) $\frac{1}{6}$ (4) কোনোটিই নয়



53. $(3\cos\theta + 4\sin\theta + 5)$ রাশিটির ক্ষুদ্রতম মান

- (1) 0 (2) 5
(3) 10 (4) 15

54. $\sec x = -\sqrt{2}$ -এর সমাধান

- (1) $\pm \frac{3\pi}{4}$ (2) $\frac{\pi}{4}$
(3) $\pm \frac{\pi}{4}$ (4) $2n\pi \pm \frac{3\pi}{4}$

55. $\{0\}$ সেটটি হল

- (1) শূন্য সেট (2) একপদী সেট
(3) উপসেট (4) সার্বিক সেট

56. $\cos^{-1} \sqrt{\frac{1+\sqrt{1+x^2}}{2\sqrt{1+x^2}}}$ -এর সাপেক্ষে $\tan^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ -এর অবকল গুণাঙ্ক হবে

- (1) 1 (2) -1
(3) $\frac{1}{2}$ (4) কোনোটিই নয়

57. $\int \frac{\sin^3 \frac{x}{2} dx}{\cos \frac{x}{2} \sqrt{\cos^3 x + \cos^2 x + \cos x}}$ -এর মান

- (1) $\cos^{-1} \sqrt{\sec x + \tan x + 1} + c$
(2) $\tan^{-1} \sqrt{\sin x + \cos x + 1} + c$
(3) $\sin^{-1} \sqrt{\tan x + \sec x + 1} + c$
(4) $\tan^{-1} \sqrt{\cos x + \sec x + 1} + c$

58. একটি উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা $\frac{2}{3}$, নাভি $(5, 4)$ এবং পরাক্ষ ও নিয়ামকের ছেদবিন্দু $Z(8, 7)$; উপবৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক

- (1) $\left(\frac{3}{5}, \frac{8}{5}\right)$
(2) $\left(\frac{3}{13}, \frac{7}{13}\right)$
(3) $\left(\frac{13}{5}, \frac{8}{5}\right)$
(4) $(0, -1)$

59. $U = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ এবং

$Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ হলে, $UV + XY$ -এর মান

- (1) 20 (2) $[-20]$
(3) -20 (4) $[20]$

60. $4\sin^2 x + 3\cos^2 x + \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$ -এর বৃহত্তম মান

- (1) $4 + \sqrt{2}$ (2) $3 + \sqrt{2}$
(3) 9 (4) 4

61. 60% ক্ষেত্রে A এবং 90% ক্ষেত্রে B সত্য কথা বলে। একই তথ্য বিবৃত করতে শতকরা তারা পরস্পর বিরোধিতা করবে

- (1) 30% (2) 31%
(3) 42% (4) কোনোটিই নয়

62. $\frac{\tan \alpha - i \left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right)}{1 + 2i \sin \frac{\alpha}{2}}$ বিশুদ্ধ কাল্পনিক রাশি হলে,

α -এর মান

- (1) $n\pi + \frac{\pi}{4}$ (2) $n\pi - \frac{\pi}{3}$
(3) $(2n+1)\pi$ (4) $2n\pi + \frac{\pi}{4}$

63. $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(2r-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$ হলে, $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r^2}$ -এর মান

- (1) $\frac{\pi^2}{24}$
(2) $\frac{\pi^2}{3}$
(3) $\frac{\pi^2}{6}$
(4) কোনোটিই নয়

64. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\phi\left(\frac{y}{x}\right)}{\phi'\left(\frac{y}{x}\right)}$ সমীকরণের সমাধান

(1) $x\phi\left(\frac{y}{x}\right) = k$ (2) $\phi\left(\frac{y}{x}\right) = kx$

(3) $y\phi\left(\frac{y}{x}\right) = k$ (4) $\phi\left(\frac{y}{x}\right) = ky$

65. $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ হলে, $\sqrt{x^2 + x} + \frac{\tan^2 \alpha}{\sqrt{x^2 + x}} -$ এর মান $\geq$

(1) $2\tan\alpha$ (2) 2
(3) 1 (4) $\sec^2 \alpha$

Category-III (Q. Nos. 66 to 75)

Q. 66 থেকে Q. 75 প্রতিটি প্রশ্নের এক বা একাধিক উত্তর সঠিক, যেটি/যেগুলি বাছাই করলে আনুপাতিক হারে সর্বোচ্চ প্রাপ্য নম্বর হবে 2; কিন্তু একটিও ভুল উত্তর বাছলে প্রাপ্য নম্বর হবে শূন্য।

66. $16x^2 - 3y^2 - 32x + 12y - 44 = 0$ একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ যার

(1) তির্যক অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 4\sqrt{3}$
(2) অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 4$
(3) যার কেন্দ্র $(1, 2)$

(4) উৎকেন্দ্রতা $= \sqrt{\frac{19}{3}}$

67. $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}-1} \cdot x$ হলে

(1) $f'(10) = 1$ (2) $f'\left(\frac{3}{2}\right) = -1$
(3) সংজ্ঞার অঞ্চল $x \geq 1$ (4) কোনোটিই নয়

68. যদি $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ তিনটি ভেক্টর হয় তবে

(1) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})$
(2) $\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})$
(3) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$
(4) $\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$

69. যদি $x = \sec\phi - \tan\phi, y = \operatorname{cosec}\phi + \cot\phi$ হলে

(1) $x = \frac{y+1}{y-1}$
(2) $x = \frac{y-1}{y+1}$
(3) $y = \frac{1+x}{1-x}$
(4) $xy + x - y + 1 = 0$

70. $3^{x+2} - 9^{\frac{1}{x}} > 0$ হলে x -এর বিস্তার হল

(1) $x \in (0, \infty)$ (2) $x \in (0, 250)$
(3) $x \in R$ (4) $x \in (-250, 250)$

71. A ও B 3×3 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং $|A| \neq 0$ হলে নিম্নলিখিত কোনগুলি সঠিক?

(1) $|AB| = 0 \Rightarrow |B| = 0$
(2) $|AB| = 0 \Rightarrow B = O$
(3) $|A^{-1}| = |A|^{-1}$
(4) $|A + A| = 2|A|$

72. দুটি ভেক্টরের দিক কোসাইনসমূহ যথাক্রমে (l_1, m_1, n_1) ও (l_2, m_2, n_2) এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে

(1) $\cos\theta = l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2$
(2) $\cos^2\theta = (l_1m_2 - l_2m_1)^2 + (m_1n_2 - m_2n_1)^2 + (n_1l_2 - n_2l_1)^2$
(3) $\sin^2\theta = (l_1m_2 - l_2m_1)^2 + (m_1n_2 - m_2n_1)^2 + (n_1l_2 - n_2l_1)^2$
(4) $\cos\theta = \frac{l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$

73. $y^2 = x$ অধিবৃত্ত $y = mx$ রেখার দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{1}{48}$ হলে m -এর মান

(1) -2 (2) -1
(3) 1 (4) 2



74. $y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + (x-y)\frac{dy}{dx} - x = 0$ অবকল সমীকরণকে

সিদ্ধ করে এবং $(3, 4)$ বিন্দুগামী বক্রের সমীকরণ

(1) $x - y + 1 = 0$

(2) $x^2 + y^2 = 25$

(3) $x^2 + y^2 - 5x - 10 = 0$

(4) $x + y - 7 = 0$

75. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1 + \sin^3 x}}$ হলে

(1) $0 < I < 1$ (2) $I > \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

(3) $I < \sqrt{2}\pi$ (4) $I > 2\pi$



ANSWER KEY

1. (2)	16. (2)	31. (2)	46. (1)	61. (3)
2. (1)	17. (1)	32. (1)	47. (2)	62. (1)
3. (4)	18. (4)	33. (1)	48. (3)	63. (3)
4. (3)	19. (3)	34. (3)	49. (4)	64. (2)
5. (3)	20. (1)	35. (2)	50. (3)	65. (1)
6. (1)	21. (3)	36. (1)	51. (1)	66. (2, 3, 4)
7. (1)	22. (3)	37. (4)	52. (3)	67. (1, 2)
8. (1)	23. (3)	38. (1)	53. (1)	68. (1, 4)
9. (4)	24. (1)	39. (2)	54. (4)	69. (2, 3, 4)
10. (2)	25. (2)	40. (3)	55. (2)	70. (1, 2)
11. (4)	26. (3)	41. (3)	56. (1)	71. (1, 3)
12. (2)	27. (2)	42. (1)	57. (4)	72. (1, 3, 4)
13. (1)	28. (2)	43. (3)	58. (3)	73. (1, 4)
14. (1)	29. (1)	44. (4)	59. (4)	74. (1, 2)
15. (3)	30. (3)	45. (1)	60. (1)	75. (2, 3)

Hints and Solution

1. (2)

$$2 + 5 + 8 + \dots + 2n\text{-সংখ্যক} = 57 + 59 + 61 + \dots$$

$$\Rightarrow \frac{2n}{2} [2 \times 2 + (2n-1) \cdot 3] = \frac{n}{2} [57 \times 2 + (n-1) \cdot 2]$$

$$\Rightarrow 10n = 112 - 2 = 110 \quad \therefore n = 11$$

2. (1)

$$\text{এখন, } S = \frac{1}{4} + \frac{2}{8} + \frac{3}{16} + \dots \infty$$

$$\frac{1}{2}S = \frac{1}{8} + \frac{2}{16} + \frac{3}{32} + \dots \infty$$

$$S - \frac{1}{2}S = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$$

$$\frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2}S = \frac{1}{2} \Rightarrow S = 1$$

$$2^{\frac{1}{4} + \frac{2}{8} + \frac{3}{16} + \dots \infty} = 2^S = 2^1 = 2$$

3. (4)

$$3^{x+1} = 2^{\log_2 3} \times 3^{\log_2 3} \Rightarrow 3^{x+1} = 3 \cdot 3^{\log_2 3}$$

$$\Rightarrow 3^x = 3^{\log_2 3} \quad \therefore x = \log_2 3$$

4. (3)

$$AM \geq GM$$

$$\therefore \frac{a+b+b+c+c+c}{6} \geq (ab^2c^3)^{\frac{1}{6}}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{6} \geq (ab^2c^3)^{\frac{1}{6}}$$

$$\Rightarrow (ab^2c^3)^{\frac{1}{6}} \leq 2$$

$$\therefore ab^2c^3 \leq 2^6$$

5. (3)

$$x^2 - x + 1 = 0\text{-এর বীজ হল } \alpha \text{ ও } \beta$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 1 \quad \therefore x = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore x = -\omega \text{ বা } -\omega^2$$

$$\therefore \alpha = -\omega \text{ এবং } \beta = -\omega^2$$

$$\therefore \alpha^{2009} + \beta^{2009}$$

$$= -\omega^{2009} - \beta^{4018}$$

$$= -[(\omega^3)^{669} \cdot \omega^2 + (\omega^3)^{1337} \omega]$$

$$= -(\omega^2 + \omega) = -(-1) = 1$$

6. (1)

$$\frac{1+a}{1-a} = \frac{1+\cos\theta+i\sin\theta}{1-\cos\theta-i\sin\theta} = \frac{1+e^{i\theta}}{1-e^{i\theta}} = \frac{e^{-i\frac{\theta}{2}} + e^{i\frac{\theta}{2}}}{e^{-i\frac{\theta}{2}} - e^{i\frac{\theta}{2}}}$$

$$= \frac{2\cos(\frac{\theta}{2})}{-2i\sin(\frac{\theta}{2})} = i\cot(\frac{\theta}{2})$$

7. (1)

$$zz = (x+iy)(x+iy) = x^2 - y^2 + 2ixy$$

$$\therefore \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im} z \Rightarrow x = y \quad \therefore \operatorname{Re}(z^2) = 0$$

8. (1)

$$i = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$\therefore i^i = e^{-\frac{\pi}{2}} \quad \therefore \operatorname{Im}(i^i) = 0$$

9. (4)

$$\text{যেহেতু, } -\sqrt{3^2+4^2} \leq 3\cos x + 4\sin x \leq \sqrt{3^2+4^2}$$

$$\Rightarrow -5+5 \leq 3\cos x + 4\sin x + 5 \leq 5+5$$

$$\Rightarrow 0 \leq 3\cos x + 4\sin x + 5 \leq 10$$

10. (2)

$$\tan\theta = \lambda \quad \therefore \frac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan^2\frac{\theta}{2}} = \lambda$$

$$\Rightarrow \lambda \tan^2\frac{\theta}{2} + 2\tan\frac{\theta}{2} - \lambda = 0$$

$$\therefore \tan\frac{\theta_1}{2} \tan\frac{\theta_2}{2} = -1$$

11. (4)

$$10\cos^2\theta + \cos\theta - 3 = 0$$

$$\therefore (2\cos\theta - 1)(5\cos\theta + 3) = 0$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2} \quad | \quad \cos\theta = -\frac{3}{5}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{3} \text{ বা } \theta = \pi - \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$$

12. (2)

$$L \text{ Hospital -এর সূত্রানুযায়ী,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cos x^4}{x \cos x + \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x^4 - 8x^4 \sin x^4}{2 \cos x - x \sin x}$$

$$= \frac{2-0}{2-0} = 1$$

13. (1)

$$f(x) = x + |x| \quad \therefore f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

14. (1)

$$y = \int_0^x |t| dt \quad \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \int_0^x |t| dt = |x|$$

$$\therefore y = 2x\text{-এর সমান্তরাল} \therefore |x| = 2$$

$$\therefore 2 = \pm x$$

$$(2, 2) \text{ বিন্দুতে স্পর্শক } (y - 2) = 2(x - 2)$$

$$X\text{-ছেদিতাংশের জন্য } 2x - y - 2 = 0 \quad \therefore y = 0, x = 1$$

$$(-2, -2) \text{ বিন্দুতে স্পর্শক } 2x - y + 2 = 0$$

$$y = 0 \text{ হলে } x = -1$$

15. (3)

$$y^2 = 4x \Rightarrow 2y \frac{dy}{dx} = 4$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2}{y}$$

$$\therefore \left[\frac{dy}{dx} \right]_{(h,k)} = \frac{2}{k}$$

$$\frac{2}{k} = 1 \Rightarrow k = 2$$

$$\therefore k^2 = 4h \Rightarrow 2^2 = 4h \Rightarrow h = 1$$

16. (2)

$$\text{ধরি, } 5^{5^{5^x}} = t$$

$$\Rightarrow 5^{5^{5^x}} \cdot 5^{5^x} \cdot 5^x (\log 5)^3 dx = dt$$

$$I = \int \frac{dt}{(\log 5)^3} = \frac{t}{(\log 5)^3} + c = \frac{5^{5^{5^x}}}{(\log 5)^3} + c$$

17. (1)

$$f(t) = \int_{-t}^t \frac{e^{-|x|} dx}{2} = 2 \int_0^t \frac{e^{-x} dx}{2} = -e^{-t} + 1$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = -\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-t} + 1 = 0 + 1 = 1$$

18. (4)

$$I_3 + I_5 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^3 x + \tan^5 x) dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^3 x \sec^2 x dx = \left[\frac{\tan^4 x}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{I_3 + I_5} = 4$$

19. (3)

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^3) dx = \frac{5}{12}$$

20. (1)

$$\frac{xdy - ydx}{x^2} + e^x dx$$

$$\Rightarrow d\left(\frac{y}{x}\right) + d(e^x) = 0$$

$$\therefore \frac{y}{x} + e^x = c$$

21. (3)

$$\frac{dy}{dx} + y \cdot \frac{1}{x} \log x = e^x x^{\frac{1}{2} \log x}$$

$$\therefore \text{I.F.} = e^{\int \frac{1}{x} \log x dx} = e^{\frac{(\log x)^2}{2}} = (\sqrt{e})^{(\log x)^2}$$

22. (3)

$$\text{সমীকরণ, } \frac{x}{2a} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x + 2y = 2a$$

$$\text{এটি } (+4, -1) \text{ বিন্দুগামী} \therefore a = 1$$

$$\therefore x + 2y = 2$$

23. (3)

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \Rightarrow r = 1$$

$$\therefore \text{সমীকরণ } (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$$

24. (1)

$$\text{স্পর্শকের সমীকরণ, } y = mx + \frac{a}{m} = mx + \frac{4}{m}$$

$$\text{এবং } y - 3x - 1 = 0 \text{ সমীকরণ দুটি লম্ব}$$

$$\therefore m \times 3 = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{স্পর্শকের সমীকরণ, } y = -\frac{1}{3}x - 12$$

$$\Rightarrow x + 3y + 36 = 0$$

25. (2)

$$\frac{2b^2}{a} = b \Rightarrow a = 2b$$

$$\therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

26. (3)

$$\text{আমরা জানি, } \frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{e'^2} = 1 \therefore e' = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

27. (2)

$$A \frac{1}{\log_e 2} - \frac{1}{2 \log_e 2} + \frac{1}{3 \log_e 2} - \dots \infty$$

$$\frac{1}{\log 2} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots \infty \right) = \frac{1}{\log 2} \log(1+1)$$

$$= \frac{\log 2}{\log 2} = 1$$

28. (2)

$$A^{-1}(A^2 - A + I) = O \Rightarrow A - I + A^{-1} = O$$

$$\Rightarrow A^{-1} = (I - A)$$

29. (1)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+5x^2}{1+3x^2} \right)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x^2} [\log(1+5x^2) - \log(1+3x^2)]}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+5x^2)}{5x^2} \times 5 - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+3x^2)}{3x^2} \times 3}$$

$$= e^{5-3} = e^2$$

30. (3)

$$x = e^{\frac{dy}{dx}} \Rightarrow \log x = \left(\frac{dy}{dx} \right)$$

$$\therefore \text{ঘাত} = 1$$

31. (2)

$$(\vec{a} + \lambda \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \lambda \vec{b}) = 0$$

$$\Rightarrow (\vec{a})^2 - \lambda^2 (\vec{b})^2 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 = \frac{(\vec{a})^2}{(\vec{b})^2} = \frac{9}{16}$$

32. (1)

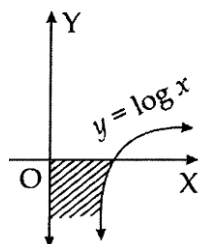
$$20\hat{i} + 11\hat{j} = \lambda[(40-a)\hat{i} + 44\hat{j}]$$

$$\therefore 40 - a = 80 \Rightarrow a = -40$$

33. (1)

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \left| \int_0^{-\infty} e^y dy \right|$$

$$= \left| \left[e^y \right]_0^{-\infty} \right| = 1$$



34. (3)

$$A\text{-এর ট্রেস} \Rightarrow a_{11} + a_{12} + \dots + a_{n \times n} \\ = k + k + \dots + k = nk$$

35. (2)

$$A^2 + A.A = 2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2A$$

$$\therefore A^4 = 2A.2A = 4A^2 = 4.2A = 2^3 A$$

$$\Rightarrow A^8 = 2^7 A \therefore A^{100} = 2^{99} A$$

36. (1)

$A = \phi$ কারণ কোনো শর্তই সিদ্ধ হয় না।

37. (4)

$$\frac{\log_3 5 \times \frac{3}{2} \log_5 3 \times \frac{1}{2} \log_7 7}{\frac{1}{4} \log_3 3} = 3$$

38. (1)

$$f(x) = x^3 e^{-3x}$$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 e^{-3x} - 3x^3 e^{-3x}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, 1$$

$$\therefore f(1) = e^{-3}$$

39. (2)

$$|z + (1-z)| \leq |z| + |1-z|$$

$$\Rightarrow 1 \leq |z| + |z-1|$$

$$\Rightarrow |z| + |z-1| \geq 1$$

40. (3)

$$nC_2 - n = 20$$

$$\Rightarrow n^2 - 3n - 40 = 0$$

$$\therefore n = 8$$

41. (3)

$$\text{পদগুলি হল } \frac{a}{r^5}, \frac{a}{r^3}, \frac{a}{r}, ar, ar^3, ar^5$$

$$\therefore a^6 = 1000 \therefore ar = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{a}$$

$$\therefore r^6 = \frac{1}{a^6} = \frac{1}{1000}$$

$$\therefore r^2 = \frac{1}{10}$$

$$\therefore ar^5 = ar \times r^4 = 1 \times \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$$



42. (1)

$$f(x) = x \begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \tan x \\ x^2 & x & 1 \\ 2x & 1 & 1 \end{vmatrix} = x^2 \begin{vmatrix} \frac{\sin x}{x} & \cos x & \tan x \\ x & x & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & x & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

43. (3)

$$y = x^{\frac{1}{x}} \therefore \frac{d}{dx}(\log y) = \frac{1 - \log x}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}(\log y) = \frac{x^2 \left(-\frac{1}{x} \right) - (1 - \log x) 2x}{x^4}$$

$$\therefore \frac{d}{dx}(\log y) = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \log x = 0 \therefore x = e$$

$$\therefore \text{চরম মান} = e^{\frac{1}{e}}$$

44. (4)

$$\log_{10} \left(\frac{3-x}{x} \right) \geq 0 \Rightarrow \frac{3-x}{x} \geq 10^0 \Rightarrow x \in \left(0, \frac{3}{2} \right]$$

45. (1)

$$\frac{d}{dx} \{ f(x) \} = f(x) \Rightarrow \frac{df(x)}{f(x)}$$

$$= dx \Rightarrow \log |f(x)| = x + \log c$$

$$\therefore f(x) = ce^x$$

$$\therefore \{f(x)\}^2 = c^2 e^{2x}$$

$$\therefore \int \{f(x)\}^2 dx = \int c^2 e^{2x} dx = \frac{c^2 e^{2x}}{2} = \frac{1}{2} \{f(x)\}^2$$

46. (1)

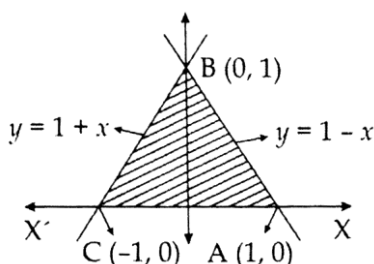
$$y = 1 - x$$

$$y = 1 + x$$

ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1$$

$$= 1$$



47. (2)

$$\left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)^2 = \left(3 \frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} - 4 \right)$$

সর্বোচ্চ ক্রম = 3 ও তার মাত্রা = 2

48. (3)

$$\frac{7\pi}{6} = 210^\circ$$

$$= (90^\circ \times 4 - 150^\circ)$$

$$\therefore \cos \frac{7\pi}{6} = \cos(90^\circ \times 4 - 150^\circ) = \cos 150^\circ = \cos \frac{5\pi}{6}$$

$$\therefore \cos^{-1} \left(\cos \frac{5\pi}{6} \right) = \frac{5\pi}{6}$$

49. (4)

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + (\tan x)^{101}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + (\cot x)^{101}}$$

$$\therefore 2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \left[x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} \therefore I = \frac{\pi}{4}$$

50. (3)

$$\therefore -1 \leq \sin x \leq 1 \text{ এবং } \therefore \sin \theta + \sin \phi = 2 \Rightarrow \sin \theta = 1$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{2} \text{ এবং } \sin \phi = 1 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \cos(\theta + \phi) = -1$$

51. (1)

$$\left| \frac{0+0+a}{\sqrt{1+4}} \right| < 2 \Rightarrow -2\sqrt{5} < a < 2\sqrt{5}$$

52. (3)

$$A = AB + (A - B) \therefore P(AB) = P(A) - P(A - B)$$

$$\therefore P(AB) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore B = AB + (B - A)$$

$$\therefore P(B - A) = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \therefore P(B - A) = \frac{1}{6}$$

53. (1)

$$3 = r \cos \alpha, 4 = r \sin \alpha$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = 5 \cos(\theta - \alpha) + 5$$

$$\therefore -1 \leq \cos(\theta - \alpha) \leq 1$$

$$\Rightarrow -5 + 5 \leq 5 \cos(\theta - \alpha) + 5 \leq 10$$

54. (4)

$$\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\cos \frac{\pi}{4} = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \frac{3\pi}{4}$$

$$\therefore x = 2n\pi \pm \frac{3\pi}{4}$$

55. (2)

একপদী সেট।

56. (1)

$\Rightarrow x = \tan \theta$ ধরে নাও।

57. (4)

$$\frac{1}{2} \int \frac{\left(2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \right) 2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2} \sqrt{\cos^3 x + \cos^2 x + \cos x}}$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{\sin x (1 - \cos x) dx}{(1 + \cos x) \sqrt{\cos^3 x + \cos^2 x + \cos x}}$$

$\cos x = z$ (ধরো)

$$\frac{1}{2} \int \frac{\left(1 - \frac{1}{z^2} \right) dx}{\left(z + 2 + \frac{1}{z} \right) \sqrt{z + \frac{1}{z} + 1}}$$

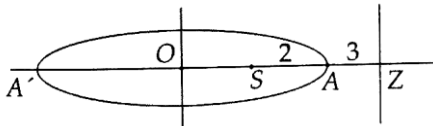
আবার, $z + \frac{1}{z} + 1 = u^2$

$$= \int \frac{du}{u^2 + 1} = \tan^{-1} u + c$$

58. (3)

$$A \equiv \left(\frac{3.5 + 2.8}{3 + 2}, \frac{3.4 + 2.7}{3 + 2} \right)$$

$$= \left(\frac{31}{5}, \frac{26}{5} \right)$$



$$A' \equiv \left(\frac{3.5 - 2.8}{3 - 2}, \frac{3.4 - 2.7}{3 - 2} \right) \equiv (-1, -2)$$

$$\therefore \text{কেন্দ্র} = \left(\frac{\frac{31}{5} - 1}{2}, \frac{\frac{26}{5} - 2}{2} \right) \equiv \left(\frac{13}{5}, \frac{8}{5} \right)$$

59. (4)

$$UV + XY = [2 \quad -3 \quad 4] \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} + [0 \quad 2 \quad 3] \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$= [6 - 6 + 4] + [0 + 4 + 12] = [4] + [20] = [20]$$

60. (1)

$$4 \sin^2 x + 3 \cos^2 x = \sin^2 x + 3 - \text{এর চরম মান} = 4$$

$$\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} - \text{এর চরম মান}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

61. (3)

$$Z = (X \cap Y^c) \cup (X^c \cap Y)$$

$$\therefore P(Z) = P(X)P(Y^c) + P(X^c)P(Y)$$

$$= 0.6 \times 0.1 + 0.4 \times 0.9 = 0.42$$

62. (1)

$$\frac{\tan \alpha - i \left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right)}{1 + 2i \sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$= \frac{\left[\tan \alpha - i \left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right) \right] \left[1 - 2i \sin \frac{\alpha}{2} \right]}{1 + 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha - 2 \sin \frac{\alpha}{2} \left(\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \right) = 0$$

$$\therefore \sin \alpha (1 - \cos \alpha) = \cos \alpha (1 - \cos \alpha)$$

$$\tan \alpha = 1 \quad \therefore \alpha = n\pi + \frac{\pi}{4}$$

63. (3)

$$\text{এখানে, } \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots \infty = \frac{\pi^2}{8}$$

$$\text{ধরি, } \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots \infty = x$$

$$\therefore x = \left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \dots \infty \right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots \infty \right)$$

$$= \frac{\pi^2}{8} + \frac{1}{4} \left[\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots \infty \right] = \frac{\pi^2}{8} + \frac{1}{4} x$$

$$\therefore x = \frac{\pi^2}{6}$$

64. (2)

$$y = vx \quad (\text{ধরি}) \quad \therefore y_1 = v + x \frac{dv}{dx}$$

$$\therefore v + x \frac{dv}{dx} = v + \frac{\phi(v)}{\phi'(v)}$$

$$\Rightarrow \log \phi(v) = \log(x) + \log k \Rightarrow \phi(v) = kx$$

$$\therefore \phi \left(\frac{y}{x} \right) = kx$$

65. (1)
AM $\geq$ GM

$$\therefore \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{x^2 + x} + \frac{\tan^2 \alpha}{\sqrt{x^2 + x}} \right\} \geq \left\{ \sqrt{x^2 + x} \cdot \frac{\tan^2 \alpha}{\sqrt{x^2 + x}} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \tan \alpha$$

66. (2, 3, 4)
 $\frac{(x-1)^2}{3} - \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

$$a^2 = 3, b^2 = 16$$

$$a = \sqrt{3}, b = 4$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{19}}{3}$$

67. (1, 2)

$$f(x) = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1})^2 + 1^2} - 2\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1} - 1} x$$

$$= \frac{|\sqrt{x-1} - 1|}{\sqrt{x-1} - 1} \cdot x = \begin{cases} -x & \text{when } x \in [1, 2) \\ x & \text{when } x \in (2, \infty) \end{cases}$$

68. (1, 4) ভেক্টর এর property থেকে পাই।

69. (2, 3, 4)

$$xy + 1 = \frac{1 - \sin \phi + \cos \phi}{\cos \phi \sin \phi}$$

$$\therefore x - y = \frac{\sin \phi - \cos \phi - 1}{\cos \phi \sin \phi} = -(xy + 1)$$

$$xy + x - y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{y-1}{y+1}, y = \frac{1+x}{1-x}$$

70. (1, 2)

$$3^{x+2} > 9^{\frac{-1}{x}} \Rightarrow (x+2) > -\frac{2}{x} \Rightarrow \frac{x^2 + 2x + 2}{x} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^2 + 1}{x} > 0 \Rightarrow x > 0$$

71. (1, 3)

$$|AB| = 0 \Rightarrow |A| \cdot |B| = 0 \Rightarrow |B| = 0$$

$$AA^{-1} = I \Rightarrow |A| \cdot |A|^{-1} = |I| = 1$$

$$\therefore |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = |A|^{-1}$$

72. (1, 3, 4)

দুটি ভেক্টরের দিক কোসাইনসমূহ এবং মধ্যবর্তী কোণ এর ধর্মাবলী থেকে পাই।

73. (1, 4)

$$\Rightarrow \frac{1}{6m} = \frac{1}{48} \Rightarrow m^3 = 8$$

$$\Rightarrow m^3 = (2)^3 \therefore m = 2$$

আবার, অঞ্চলটি চতুর্থ পাদে হতে পারে।

$$\therefore m = -2$$

74. (1, 2)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(y-x) \pm \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}}{2y}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 \text{ বা } \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

$$\therefore x - y + 1 = 0 \text{ এবং } x^2 + y^2 = 25$$

75. (2, 3)

$$\sin x, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\Rightarrow 1 \leq 1 + \sin^3 x \leq 2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^3 x}} \leq 1$$

$$\therefore \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} dx \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1 + \sin^3 x}} \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 dx \Rightarrow \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \leq I \leq \frac{\pi}{2}$$

