MATHEMATICS
(New Syllabus)
2023

Total Time : 3 Hours 15 minutes] [Total Marks : 80

✪ পরিমিত এবং যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে । বর্ণাশুদ্ধি, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে । উপান্তে প্রশ্নের পূর্ণমান সূচিত আছে ।

✪ ***Special credit will be given for answers which are brief and to the point. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting. Figures in the margin indicate full marks for the questions.***

- এই প্রশ্নপুস্তিকাটির পৃষ্ঠা সংখ্যা **20.**
- এই প্রশ্নপুস্তিকাটি দ্বিভাষিক — বাংলা এবং ইংরাজী। যদি কোনো ক্ষেত্রে সন্দেহ বা বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয়, সেক্ষেত্রে ইংরাজী ভাষাই চূড়ান্ত বলে বিবেচিত হবে।
- প্রদত্ত নির্দেশ অনুসারে প্রশ্নের উত্তর দাও। মূল উত্তরপত্রেই কেবল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে, অন্যত্র নয়।
- প্রয়োজন অনুযায়ী মূল উত্তরপত্রে রাফ / খসড়া কার্য করা যাবে এবং শেষে কোনাকুনি ভাবে কেটে দেবে।

ভাষান্তর/Versions	পৃষ্ঠা থেকে/From Page	পৃষ্ঠা পর্যন্ত /To Page
বাংলা/Bengali	**3**	**10**
ইংরাজী/English	**11**	**19**

- এই প্রশ্নপুস্তিকার ২ নং পৃষ্ঠায় প্রদত্ত ইংরাজী নির্দেশাবলী পড়ো।
- **READ THE INSTRUCTIONS IN ENGLISH AT PAGE NO. 2 OF THIS QUESTION BOOKLET.**

- This Question Booklet consists of **20** pages.
- This Question Booklet is in *two* versions — Bengali and English. In case of any doubt or confusion, *English version will prevail.*
- Attempt the questions as per the instructions given there in. Write the answers only in the Main Answer Script, nowhere else.
- Do Rough Work, if necessary, in Main Answer Script and cross it diagonally.

বহুবিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলীর **(MCQ)** উত্তর, উত্তরপত্রে প্রদত্ত নির্দিষ্ট ছাপানো **TABLE**-এ লিখতে হবে। এই প্রশ্ন পুস্তিকায় সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলী **(SAQ)** নেই। তাই উত্তরপত্রে সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলীর **(SAQ)** উত্তর দেওয়ার স্থানে পরীক্ষার্থীরা যেন কিছু না লেখে।

(বহুবিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলী)

1. বিকল্প উত্তরগুলির মধ্যে থেকে সঠিক উত্তরটি বেছে নিয়ে লেখো : $1 \times 10 = 10$

(i) $A = \{1, 2, 3\}$ সেট থেকে $B = \{a, b\}$ সেটে মোট সম্বন্ধ সমূহের সংখ্যা হবে

(a) 2^6 (b) 2^8

(c) 2^4 (d) 2^5

(ii) $\sec^2(\tan^{-1}2)+\operatorname{cosec}^2(\cot^{-1}3)$–এর মান হবে

(a) 12 (b) 13

(c) 15 (d) 5

(iii) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ x & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & 3 \\ 7 & x \end{bmatrix}$ হলে, $(x+y)$–এর মান হবে

(a) 5 (b) 12

(c) 7 (d) 14

(iv) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x\,dx$ –এর মান হবে

(a) π (b) $\frac{\pi}{2}$

(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) 1

(v) $\frac{d}{dx}(\cot x^\circ)$–এর মান হবে

(a) $-\operatorname{cosec}^2 x^\circ$ (b) $\operatorname{cosec}^2 x^\circ$

(c) $-\frac{180}{\pi}\operatorname{cosec}^2 x^\circ$ (d) $-\frac{\pi}{180}\operatorname{cosec}^2 x^\circ$

EduTips Bangla

(vi) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^3$ অবকল সমীকরণের ক্রম হবে

(a) 1 (b) 3

(c) 2 (d) 4

(vii) $xy = c^2$ –এর $\left(ct, \frac{c}{t}\right)$ বিন্দুতে স্পর্শকের প্রবণতা হবে

(a) $-\frac{1}{t^2}$ (b) $\frac{1}{t^2}$

(c) $-\frac{1}{t}$ (d) $-\frac{1}{t^3}$

(viii) $\frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{0} = \frac{z-6}{0}$ এবং $\frac{3-x}{3} = \frac{y-7}{0} = \frac{z-3}{0}$ সরলরেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণের মান হবে

(a) $-\pi$ (b) $-\frac{\pi}{2}$

(c) π (d) $\frac{\pi}{3}$

(ix) $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ হলে, $P(A/B)$–এর মান হবে

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

(x) k একটি ধ্রুবক রাশি হলে $\text{var}(k)$–এর মান হবে

(a) k (b) 0

(c) k^2 (d) $2k^2$

(দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলী)

2. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) $f(x) = \frac{3x+4}{5x-7}$ (x বাস্তব এবং $x \neq \frac{7}{5}$) এবং $g(x) = \frac{7x+4}{5x-3}$ (x বাস্তব এবং $x \neq \frac{3}{5}$) হলে দেখাও যে $f.g(x) = g.f(x)$.

(ii) $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ হলে, x –এর মান নির্ণয় করো।

(b) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ হলে, AA^T নির্ণয় করো।

(ii) দেখাও যে $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix} = 0$.

(c) যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 3 = 6$

(i) $f(x) = |x| + 2$ হলে দেখাও যে $x = 0$ বিন্দুতে $f(x)$ সন্তত হবে।

(ii) $y = a\cos x - b\sin x$ হলে দেখাও যে $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

(iii) প্রমাণ করো যে $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$.

(iv) $x = 1$–এ $y = 3x^4 - 4x$ –এর স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করো।

(v) $y = e^x(a+bx)$ (a, b ধ্রুবক)–এর অবকল সমীকরণ নির্ণয় করো।

(vi) $y = x$, $x = 2$ এবং x–অক্ষ দ্বারা গঠিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (কলন বিদ্যার সাহায্যে)

(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \sqrt{3}\hat{k}$ ভেক্টরটির দিকে একক ভেক্টর নির্ণয় করো।

(ii) (2, 3, – 4) এবং (1, –2, 3) বিন্দুদ্বয়গামী সরলরেখার দিক্ কোসাইন নির্ণয় করো।

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) একটি ছক্কা ছোঁড়া হয়। উপরের সংখ্যা 3 দ্বারা বিভাজ্য হলে তাকে E এবং জোড় সংখ্যা আসলে তাকে F দ্বারা প্রকাশ করা হয়। দেখাও যে E এবং F পরস্পর স্বাধীন।

(ii) যে দ্বিপদ বিভাজনের মধ্যক ও ভেদমান যথাক্রমে 9 এবং 6, সেই দ্বিপদ বিভাজনটি নির্ণয় করো।

3. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহের সেট N-এর উপর একটি সম্বন্ধ R নিম্নরূপে সংজ্ঞাত : $(x, y) \in R \Rightarrow x - y$, 10 দ্বারা বিভাজ্য $x, y \in N$-এর জন্য। প্রমাণ করো R একটি সমতুল্যতা সম্বন্ধ।

(ii) দেখাও যে $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{a}{b}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{a}{b}\right) = \frac{2b}{a}$.

(b) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : $4 \times 2 = 8$

(i) $2X + 3Y = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ এবং $3X + 2Y = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ হলে X এবং Y নির্ণয় করো।

অথবা

$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ হলে দেখাও যে $A^2 - 5A + 7I = 0$.

(d) প্রমাণ করো : $\begin{vmatrix} a & a+b & a+b+c \\ 2a & 3a+2b & 4a+3b+2c \\ 3a & 6a+3b & 10a+6b+3c \end{vmatrix} = a^3$.

অথবা

a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ c+a & a+b & b+c \\ a+b & b+c & c+a \end{vmatrix} = 0$ হলে দেখাও যে হয় $a+b+c=0$ অথবা $a=b=c$.

(c) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : $4 \times 3 = 12$

(i) $y = 1 + \dfrac{a}{x-a} + \dfrac{bx}{(x-a)(x-b)} + \dfrac{cx^2}{(x-a)(x-b)(x-c)}$ হলে দেখাও যে $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x}\left[\dfrac{a}{a-x} + \dfrac{b}{b-x} + \dfrac{c}{c-x}\right]$.

অথবা

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$ হলে দেখাও যে

$$\frac{\left\{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}}{\dfrac{d^2y}{dx^2}} = -c.$$

(ii) মান নির্ণয় করো : $\int \sqrt{1+\operatorname{cosec} x}\, dx$.

অথবা

মান নির্ণয় করো : $\int \dfrac{(x^2+1)e^x}{(x+1)^2} dx$.

(iii) $x^2 dy + (xy + y^2) dx = 0$ অবকল সমীকরণের সমাধান করো, দেওয়া আছে $x = 1$, $y = 0$.

অথবা

নিম্নের অবকল সমীকরণ সমাধান করো :

$$(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1+x^2},$$ যখন $x = 1$ তখন $y = 0$.

(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ এমন তিনটি ভেক্টর যেন $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{c}| = 5$ এবং যে-কোনো ভেক্টর অন্য দুটির যোগফল ভেক্টরের উপর লম্ব। $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$-এর মান নির্ণয় করো।

(ii) $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$ যদি $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ এবং $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$ হয় তবে $\vec{c}$ নির্ণয় করো।

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) মান নির্ণয় করো $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16\sin 2x} dx$.

(ii) কলন বিদ্যা প্রয়োগ করে $x^2 + y^2 = 8x$-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(f) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) A এবং B দুটি স্বাধীন ঘটনা। দেখাও যে A অথবা B ঘটার সম্ভাবনা $1 - P(A')P(B')$.

(ii) একটি পাত্রে 10 টি কালো এবং 5 টি সাদা বল আছে। প্রতিস্থাপন না করে পরপর দুটি বল নেওয়া হল। দুটি বলই কালো হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

4. (ঘ) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $5 \times 1 = 5$

(i) একটি সংস্থা কোনো দ্রব্যের দু-রকম ছাঁচের জিনিস A ও B প্রস্তুত করে। একটি A ছাঁচের জিনিস তৈরী করতে 9 শ্রম-ঘন্টা কাজ করার মতো শ্রমিক দরকার হয় এবং 1 শ্রম-ঘন্টা লাগে জিনিসটা সম্পন্ন করতে। B-এর ক্ষেত্রে 12 শ্রম-ঘন্টা লাগে তৈরী করতে ও 3 শ্রম-ঘন্টা জিনিসটি সম্পন্ন করতে। A ও B জিনিস দুটি প্রস্তুত করতে সংস্থার কাছে মোট 180 শ্রম-ঘন্টা জিনিস তৈরী করার জন্য শ্রমিক আছে এবং 30 শ্রম-ঘন্টা জিনিস সমাপ্তির জন্য শ্রমিক আছে। একটি A ছাঁচের জিনিস বিক্রি করে সংস্থা লাভ করে 8,000 টাকা এবং একটি B ছাঁচের জিনিস বিক্রি করে লাভ হয় 12,000 টাকা। কতগুলি A এবং কতগুলি B ছাঁচের জিনিস তৈরি করলে সংস্থার লাভ সর্বাধিক হবে তা নির্ণয় সমস্যাকে রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যা হিসাবে প্রকাশ করো।

(ii) লেখচিত্রের সাহায্যে রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যাটির সমাধান করো এবং অভীষ্ট অপেক্ষক Z-এর অবম মান নির্ণয় করো। (ছক কাগজের প্রয়োজন নেই)

$$Z = 200x + 500y$$

শর্ত সাপেক্ষে $x + 2y \geq 10, 3x + 4y \leq 24$

$x \geq 0,\ y \geq 0.$

Edutips Bangla

(b) যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $5 \times 2 = 10$

(i) (1, 1) বিন্দুতে $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$-এর স্পর্শক এবং অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় করো।

(ii) $e^x dy + (e^x.y + 2x)dx = 0$-এর সাধারণ সমাধান নির্ণয় করো।

(iii) $x + y = 60$ হলে xy^3-এর সর্বাধিক মান নির্ণয় করো।

(iv) মান নির্ণয় করো $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{\sqrt{n^2-1^2}}+\frac{1}{\sqrt{n^2-2^2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n^2-(n-1)^2}}\right]$.

(c) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $5 \times 1 = 5$

(i) মূল বিন্দু থেকে $2x - 3y + 4z = 6$-এর উপর লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় করো।

(ii) $A = (3,4,1)$ এবং $B = (5,1,6)$ বিন্দুগামী সরলরেখা XY তলকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাংক নির্ণয় করো।

EduTips Bangla

(ENGLISH VERSION)

The questions related to MCQ should be answered in the specific printed TABLE in the Answer Script. This Question Booklet does not contain any SAQ. Accordingly candidates should not write anything in the designated space on the Answer Script for answering SAQ in the Answer Script.

(Multiple Choice Type Questions)

1. Choose the correct answer from the given alternatives :

$1 \times 10 = 10$

(i) State which of the following is total number of relations from Set $A = \{1, 2, 3\}$ to Set $B = \{a, b\}$.

(a) 2^6 (b) 2^8

(c) 2^4 (d) 2^5

(ii) The value of $\sec^2(\tan^{-1} 2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 3)$ is

(a) 12 (b) 13

(c) 15 (d) 5

(iii) If $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ x & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & 3 \\ 7 & x \end{bmatrix}$, then $(x + y)$ is equal to

(a) 5 (b) 12

(c) 7 (d) 14

(iv) Value of $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x\, dx$ is equal to

(a) π (b) $\frac{\pi}{2}$

(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) 1

Edutips Bangla

(v) Value of $\frac{d}{dx}(\cot x^{\circ})$ is equal to

(a) $-\operatorname{cosec}^2 x^{\circ}$ (b) $\operatorname{cosec}^2 x^{\circ}$

(c) $-\frac{180}{\pi}\operatorname{cosec}^2 x^{\circ}$ (d) $-\frac{\pi}{180}\operatorname{cosec}^2 x^{\circ}$

(vi) Order of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3$ is

(a) 1 (b) 3

(c) 2 (d) 4

(vii) Slope of tangent of $xy = c^2$ at $\left(ct, \frac{c}{t}\right)$ is

(a) $-\frac{1}{t^2}$ (b) $\frac{1}{t^2}$

(c) $-\frac{1}{t}$ (d) $-\frac{1}{t^3}$

(viii) The angle between the straight lines $\frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{0} = \frac{z-6}{0}$ and $\frac{3-x}{3} = \frac{y-7}{0} = \frac{z-3}{0}$ is

(a) $-\pi$ (b) $-\frac{\pi}{2}$

(c) π (d) $\frac{\pi}{3}$

(ix) If $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$ and $P(A \cap B)=\frac{1}{5}$, then $P(A/B)$ is equal to

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

(x) If k is a constant, then $\text{var}(k)$ is equal to

(a) k (b) 0

(c) k^2 (d) $2k^2$

(Long Answer Type Questions)

2\. (a) Answer any ***one*** question : $2 \times 1 = 2$

(i) If $f(x)=\frac{3x+4}{5x-7}$ (x real and $x \neq \frac{7}{5}$) and $g(x)=\frac{7x+4}{5x-3}$ (x real and $x \neq \frac{3}{5}$), then show that $f.g(x)=g.f(x)$.

(ii) If $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5}+\cos^{-1}x\right)=1$, find x.

(b) Answer any ***one*** question : $2 \times 1 = 2$

(i) If $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, find AA^T.

(ii) Show that $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix}=0$.

(c) Answer any ***three*** questions : $2 \times 3 = 6$

(i) Show that $f(x) = |x| + 2$ is continuous at $x = 0$.

(ii) If $y = a\cos x - b\sin x$, then show that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

(iii) Show that $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$.

(iv) Find the equation of tangent of $y = 3x^4 - 4x$ at $x = 1$.

(v) Find the differential equation of $y = e^x(a + bx)$ (a, b constant).

(vi) Find the area bounded by $y = x$, $x = 2$ and x-axis. (using calculus)

(d) Answer any ***one*** question : $2 \times 1 = 2$

(i) Find the unit vector in the direction of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \sqrt{3}\hat{k}$.

(ii) Find direction cosine of the line passing through the points (2, 3, – 4) and (1, –2, 3).

(e) Answer any ***one*** question : $2 \times 1 = 2$

(i) A die is thrown. If E is the event 'the number appearing is multiple of 3' and F be the event 'the number appearing is even' then show that E and F are independent.

EduTips Bangla

(ii) Determine the binomial distribution whose mean is 9 and variance is 6.

3. (a) Answer any **one** question : $4 \times 1 = 4$

(i) A relation R on set of natural numbers N is defined as $(x, y) \in R$, when $x - y$ is divisible by 10 for all $x, y \in N$. Prove that R is an equivalence relation.

(ii) Show that $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{a}{b}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{a}{b}\right) = \frac{2b}{a}$.

(b) Answer the following questions : $4 \times 2 = 8$

(i) If $2X + 3Y = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ and $3X + 2Y = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, find X and Y.

OR

If $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, show that $A^2 - 5A + 7I = 0$.

(ii) Show that $\begin{vmatrix} a & a+b & a+b+c \\ 2a & 3a+2b & 4a+3b+2c \\ 3a & 6a+3b & 10a+6b+3c \end{vmatrix} = a^3$.

OR

a, b, c are real numbers and $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ c+a & a+b & b+c \\ a+b & b+c & c+a \end{vmatrix} = 0$,

show that either $a + b + c = 0$ or $a = b = c$.

(c) Answer the following questions : $4 \times 3 = 12$

(i) If $y = 1 + \frac{a}{x-a} + \frac{bx}{(x-a)(x-b)} + \frac{cx^2}{(x-a)(x-b)(x-c)}$, then

show that $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\left[\frac{a}{a-x} + \frac{b}{b-x} + \frac{c}{c-x}\right]$.

OR

If $(x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$,

then show that $\frac{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = -c$.

(ii) Evaluate $\int \sqrt{1+\operatorname{cosec} x}\, dx$.

OR

Evaluate $\int \frac{(x^2+1)e^x}{(x+1)^2} dx$.

(iii) Solve the differential equation $x^2 dy + (xy + y^2) dx = 0$, given $x = 1$, $y = 0$.

OR

Solve the differential equation $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1+x^2}$, given for $x = 1$, $y = 0$.

EduTips Bangla

(d) Answer any ***one*** question : 4 × 1 = 4

(i) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ three vectors are such that $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{c}| = 5$ and each vector is perpendicular to the sum of other two vectors. Find $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$.

(ii) If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, find vector $\vec{c}$ such that $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ and $\vec{a}.\vec{c} = 3$.

(e) Answer any ***one*** question : 4 × 1 = 4

(i) Evaluate $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx$.

(ii) Find the area of circle $x^2 + y^2 = 8x$ using calculus.

(f) Answer any ***one*** question : 4 × 1 = 4

(i) If A and B be two independent events, then show that probability of occurrence of at least one of A and B is given by $1 - P(A')P(B')$.

(ii) An urn contains 10 black and 5 white balls. Two balls are drawn from the urn one after the other without replacement. Find the probability that both drawn balls are black.

EduTips Bangla

4. (a) Answer any ***one*** question : $5 \times 1 = 5$

(i) A manufacturer produces two models A and B of a product. Each piece of model A requires 9 labour-hours for fabricating and 1 labour-hour for finishing. Each piece of model B requires 12 labour-hours for fabricating and 3 labour-hours for finishing. For fabricating and finishing the maximum labour-hours available are 180 and 30 respectively. The company makes a profit of Rs. 8,000 on each piece of model A and Rs. 12,000 on each piece of model B. Formulate an L.P.P. so as to maximize his profit.

(ii) Solve the following linear programming problem graphically : **(Graph sheet is not required)**

Minimize $Z = 200x + 500y$

subject to the constraints

$x + 2y \geq 10$

$3x + 4y \leq 24$

$x \geq 0,\ y \geq 0.$

(b) Answer any ***two*** questions : $5 \times 2 = 10$

(i) Find the equation of tangent and normal of $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ at (1, 1).

(ii) Find the general solution of $e^x dy + (e^x.y + 2x)dx = 0$.

(iii) If $x + y = 60$ find the maximum value of xy^3.

(iv) Evaluate : $\lim_{n \to \infty} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2 - 1^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 - 2^2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n^2 - (n-1)^2}} \right]$.

(c) Answer any ***one*** question : $5 \times 1 = 5$

(i) Find the coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the origin to the plane $2x - 3y + 4z = 6$.

(ii) Find the coordinates of the point where the line through the points $A = (3,4,1)$ and $B = (5,1,6)$ crosses the XY plane.

=============

EduTips Bangla

DO NOT WRITE ANYTHING HERE

EduTips Bangla