Practice Test - 05

GUJCET Crash Course

24/03/2024

MATHS

1. વાસ્તવિક સંખ્યાના ગણ R પર વ્યાખ્યાયિત સંબંધ $aRb \Leftrightarrow |a-b| \le 1$ આપેલ હોય તો સંબંધ R

(A) સ્વવાચક અને સંમિત છે.
(B) માત્ર સંમિત છે.
(C) માત્ર સ્વવાચક છે.
(D) સામ્ય સંબંધ છે.

2. $f:[-1,1]\to[-1,1], f(x)=x|x|$ વિધેય........

(A) એક-એક છે અને વ્યાપ્ત છે.
(B) એક-એક નથી અને વ્યાપ્ત છે.
(C) એક-એક છે અને વ્યાપ્ત નથી.
(D) એક-એક નથી અને વ્યાપ્ત નથી.

3. જો $f:R\to R, f(x)=x-[x]$, તો $f^{-1}(x)$......

(A) નું અસ્તિત્વ નથી. (B) $=x$
(C) $=[x]$ (D) $=x-[x]$

4. જો $\sin^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\right)-\sin^{-1}\sqrt{\frac{3}{x}}-\frac{\pi}{6}=0$ હોય તો $x=$ ....

(A) 2 (B) -2
(C) 4 (D) ± 2

5. $\sin^{-1}(\sin 10)=$.........

(A) 10 (B) $10-3\pi$
(C) $3\pi-10$ (D) એક પણ નહીં.

6. જો $\sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)+\operatorname{cosec}^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)=\frac{\pi}{2}$, તો $x=$ ....

(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

7. જો $\begin{bmatrix}1 & x & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3 & 2\\0 & 5 & 1\\0 & 3 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\x\end{bmatrix}=0$ તો $x=$ ....

(A) $\frac{-9\pm\sqrt{35}}{2}$
(B) $\frac{-7\pm\sqrt{53}}{2}$
(C) $\frac{-9\pm\sqrt{53}}{2}$
(D) $\frac{-7\pm\sqrt{35}}{2}$

8. $\begin{bmatrix}2 & 0 & 7\\0 & 1 & 0\\1 & -2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-x & 14x & 7x\\0 & 1 & 0\\x & -4x & -2x\end{bmatrix}$ એ એકમ શ્રેણિક હોય, તો x નું મૂલ્ય....... છે.

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

9. જો $AB=A$ તથા $BA=B$ હોય તો $A^2+B^2=$ ....

(A) $A+B$
(B) $-(A+B)$
(C) $(2A+B)$
(D) $(A+2B)$

10. $D=\begin{vmatrix}1 & 3\cos\theta & 1\\\sin\theta & 1 & 3\cos\theta\\1 & \sin\theta & 1\end{vmatrix}$ તો D ની મહત્તમ કિંમત .... છે.

(A) 1 (B) 9
(C) 16 (D) 10

11. $(1,1)(3,3)$ અને $(5,k)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 2 હોય તો $k=$ ....

(A) 2 અથવા 3 (B) 3 અથવા 4
(C) 4 અથવા 7 (D) 3 અથવા 7

12. જો $P=\begin{bmatrix}1 & \alpha & 3\\1 & 3 & 3\\2 & 4 & 4\end{bmatrix}$ એ 3×3 શ્રેણિક A નો સહઅવયવજ હોય અને $|A|=4$ તો $\alpha=$ ....

(A) 4 (B) 11
(C) 5 (D) 0

13. વિધેય $f(x)=\frac{1-\sin x+\cos x}{1+\sin x+\cos x}$ એ $x=\pi$ આગળ વ્યાખ્યાયિત છે. $f(\pi)$, એ $x=\pi$ આગળ સતત હોય તો $f(\pi)=$...

(A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$
(C) -1 (D) 1

14. $x+y=\sin xy$ તો $\frac{dy}{dx}=$ ....

(A) $\frac{1-y\cos xy}{x\cos xy-1}$ (B) $\frac{1+y\cos xy}{x\cos xy-1}$

(C) $\frac{x\cos xy-1}{1-y\cos xy}$ (D) $\frac{x\cos xy+1}{1-y\cos xy}$

15. જો $f(x)=\log_7(\log_3 x)$ તો $f'(x)=$ ....

(A) $\frac{1}{x\log 7\log 3}$

(B) $\frac{1}{x\cdot\log x\cdot\log 7}$

(C) $\frac{1}{x\log 7}$

(D) $\frac{1}{x\cdot\log x}$

16. જો $y=\left(x^x\right)^x$, તો $\frac{dy}{dx}=\ldots\ldots$

(A) $\left(x^x\right)^x(1+2\log x)$

(B) $\left(x^x\right)^x(1+\log x)$

(C) $x\left(x^x\right)^x(1+2\log x)$

(D) $x\left(x^x\right)^x(1+\log x)$

17. 1.8 મીટર ઊંચાઈનો માણસ 4.5 મીટર ઊંચાઈના વીજળીના શાંભલાથી 1.2 મી/સેના દરે દૂર જાય છે, તો તેના પડછાયાની લંબાઈ વધવાનો દર શોધો.

(A) 0.4 મી/સેકન્ડ

(B) 0.8 મી/સેકન્ડ

(C) 0.2 મી/સેકન્ડ

(D) 1.6 મી/સેકન્ડ

18. પદાર્થકણનું સ્થાનાંતર $S=f(t)=t^3-6t^2+9t$ છે. જ્યાં S મીટરમાં અને t સેકન્ડમાં છે, તો $t=2$ સમયે તાત્ક્ષણિક વેગ....... થશે.

(A) 1 મી/સે (B) -1 મી/સે

(C) -3 મી/સે (D) -2 મી/સે

19. $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x, x\in\mathrm{R}$ એ ...... વિધેય છે.

(A) વધતું

(B) ઘટતું

(C) અસતત

(D) અચળ

20. $f(x)=5\cos x+12\sin x$ નું મહત્તમ મૂલ્ય...... છે. $x\in\mathrm{R}$

(A) 13

(B) 12

(C) 5

(D) 17

21. $\int\frac{x\,dx}{1-x\cot x}=$ ....

(A) $\log(\cos x-x\sin x)+c$

(B) $\log(x\sin x-\cos x)+c$

(C) $\log(\sin x-x\cos x)+c$

(D) એક પણ નહીં.

22. $\int\frac{x\,dx}{x^4+x^2+1}=\ldots\ldots\ldots+c$

(A) $\frac{1}{3}\tan^{-1}\left(\frac{2x^2+1}{3}\right)$

(B) $\frac{1}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left(\frac{2x^2+1}{\sqrt{3}}\right)$

(C) $\frac{1}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left(2x^2+1\right)$

(D) એક પણ નહીં.

23. $\int e^x\left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x}\right)dx=\ldots\ldots+c$

(A) $e^x\cot x$

(B) $e^x\cot\frac{x}{2}$

(C) $e^x\tan\frac{x}{2}$

(D) $e^{\frac{x}{2}}\cdot\tan\frac{x}{2}$

24. $\int\sqrt{x^2-4x+2}\,dx=\ldots\ldots+c$

(A) $\frac{x-2}{2}\sqrt{x^2-4x+2}+\log\left|x-2+\sqrt{x^2-4x+2}\right|$

(B) $\frac{x-2}{2}\sqrt{x^2-4x+2}-\log\left|x-2+\sqrt{x^2-4x+2}\right|$

(C) $\frac{x-2}{2}\sqrt{x^2-4x+2}+\sin^{-1}\left(\frac{x-2}{2}\right)$

(D) $\frac{x-2}{2}\sqrt{x^2-4x+2}+\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x-2}{2}\right)$

25. $\int_{-4}^{4}|x+2|\,dx=\ldots\ldots$

(A) 50 (B) 24

(C) 20 (D) 10

26. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2^{\sin x}}{2^{\sin x}+2^{\cos x}}dx=\ldots\ldots$

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$

(C) π (D) 2π

27. વક્ર $y=3\cos x, 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ ...... છે.

(A) 3 (B) 1

(C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

28. વક્ર $y=|x-5|$, X-અક્ષ અને રેખાઓ $x=5, x=6$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ.........થાય.

(A) 1.25 (B) 0.25

(C) 0.50 (D) 0.75

29. વિકલ સમીકરણ $x \cdot e^{\frac{dy}{dx}} + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 = 3$ નું પરિમાણ .... છે.

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) અવ્યાખ્યાયિત

30. સમપરિમાણ વિધેય $f(x,y)=\frac{x^4-y^4}{x^2-y^2}$ નું પરિમાણ .... છે.

(A) 4 (B) 2

(C) 3 (D) 1

31. $x\log x\frac{dy}{dx}+y=\frac{2}{x}\log_e x^x; x>0$ માટે સંકલ્યકારક અવયવ .... છે.

(A) $\log_e(\log_e x)$ (B) $\log_e x$

(C) x (D) $\log(\log_e(\log_e x))$

32. જો α,β,γ એ સદિશ $\vec{x}$ ના દિક્કૂણાઓ હોય તો $1+\cos 2\alpha+\cos 2\beta+\cos 2\gamma=$ ....

(A) 0 (B) 1

(C) -1 (D) 2

33. જો $\vec{x}\cdot\vec{y}=\vec{x}\cdot\vec{z}\ne 0$ અને $\vec{x}\times\vec{y}=\vec{x}\times\vec{z}\ne\bar{0}$ તથા $\vec{x}\ne\bar{0}$ તો ....

(A) $\vec{x}$ એ $\vec{y}$ તથા $\vec{z}$ ને સમાંતર છે.

(B) $\vec{x}$ એ $\vec{y}$ તથા $\vec{z}$ ને લંબ છે.

(C) $\vec{y}=\vec{z}$

(D) $\vec{y}\ne\vec{z}$

34. $\vec{a}$ તથા $\vec{b}$ એકમ સદિશો છે. $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}$ હોય તો $(3\vec{a}-4\vec{b})\cdot(2\vec{a}+5\vec{b})$ નું મૂલ્ય......... થાય.

(A) -21 (B) 21

(C) $\frac{21}{2}$ (D) $-\frac{21}{2}$

35. $\hat{i}+\hat{j}$ તથા $\hat{j}+\hat{k}$ વિકર્ણોવાળા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ .... છે.

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{3}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 0

36. રેખા $\frac{3-x}{3}=\frac{2y-3}{5}=\frac{z}{2}$ નું સદિશ સમીકરણ...... છે. $k\in R$

(A) $\vec{r}=(3,5,2)+k(3,3,0)$

(B) $\vec{r}=\left(3,\frac{3}{2},0\right)+k(-6,5,4)$

(C) $\vec{r}=(3,3,0)+k(3,5,2)$

(D) $\vec{r}=(-6,5,4)+k\left(3,\frac{3}{2},0\right)$

37. બિંદુ $(1,0,2)$ માંથી રેખા $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$ પર દોરેલ લંબની લંબાઈ .... છે.

(A) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ (B) $\frac{6\sqrt{3}}{2}$

(C) $3\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{3}$

38. મર્યાદાઓ $2x+3y\le 6, 5x+3y\le 15$ અને $x\ge 0, y\ge 0$ થી રચાતા સીમિત શક્ય ઉકેલના પ્રદેશનું નીચેનામાંથી....... બિંદુ શિરોબિંદુ નથી ?

(A) $(0,2)$ (B) $(0,0)$

(C) $(3,0)$ (D) $(0,5)$

39. જો A અને B એવી ઘટનાઓ હોય જ્યાં, $P(A)=\frac{1}{3}, P(B)=\frac{1}{4}$ અને $P(A\cap B)=\frac{1}{5}$ તો $P(A'/B')=$ ....

(A) $\frac{37}{40}$ (B) $\frac{37}{45}$

(C) $\frac{23}{40}$ (D) $\frac{8}{45}$

40. એક બેગ X માં 2 સફેદ અને 3 કાળા દડા તથા બીજી બેગ Y માં 4 સફેદ અને 2 કાળા દડા છે. કોઈપણ એક બેગ પસંદ કરી તેમાંથી એક દડો પસંદ કરવામાં આવે છે, તો દડો સફેદ હોવાની સંભાવના.......

(A) $\frac{8}{15}$ (B) $\frac{2}{15}$

(C) $\frac{7}{15}$ (D) $\frac{14}{15}$

ANSWER KEY

1.	(A)	21.	(C)
2.	(A)	22.	(B)
3.	(A)	23.	(C)
4.	(C)	24.	(B)
5.	(C)	25.	(C)
6.	(C)	26.	(A)
7.	(C)	27.	(A)
8.	(A)	28.	(C)
9.	(A)	29.	(D)
10.	(D)	30.	(B)
11.	(D)	31.	(B)
12.	(B)	32.	(A)
13.	(C)	33.	(C)
14.	(A)	34.	(D)
15.	(B)	35.	(C)
16.	(C)	36.	(B)
17.	(B)	37.	(A)
18.	(C)	38.	(D)
19.	(B)	39.	(B)
20.	(A)	40.	(A)

HINTS AND SOLUTION

1. (A)

$aRb \Leftrightarrow |a-b| \le$*$, \forall a,b \in R$ છે.

aRa છે કારણ કે $|a-a| = 0 \le$* જ.

$\therefore$ સ્વવાચક સંબંધ છે.

$$aRb \Rightarrow |a-b| \le 1$$
$$\Rightarrow |b-a| \le 1$$
$$\Rightarrow bRa$$

ધારો કે aRb તથા bRc

$\therefore |a-b| \le$* તથા $|b-c| \le 1$

હવે, $|a-c| = |a-b+b-c|$

$\le |a-b| + |b-c| \le 1+1$

$\therefore |a-c| \le 2$

$\therefore a$ ને c જોડ R દ્વારા સંબંધ નથી.

$\therefore$ R પરંપરિત નથી.

$\therefore$ સામ્ય સંબંધ નથી.

$\therefore$ ઉકેલ (A) સ્વવાચક અને સંમિત છે.

2. (A)

$f(x) = x \cdot |x|$

હવે $x_1, x_2 \in$ પ્રદેશ ગણ $[-1,1]$ લેતાં

જો $x_1 \ge 0_1, x_2 \ge 0$ હોય તો

$f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow x_1|x_1| = x_2|x_2|$

$\Rightarrow x_1 \cdot (x_1) = x_2(x_2)$

$\Rightarrow x_1^2 = x_2^2$

આ જ પ્રમાણે $x_1 < 0$ તથા $x_2 < 0$ હોય તો પણ

$f(x_1) = f(x_2)$ માટે $x_1 = x_2$ મળે.

$\therefore$ વિધેય f એક-એક થાય.

હવે ધારો કે $y \in [-1,1]$ સહપ્રદેશ ગણ

$y \ge 0$ હોય તો $x = \sqrt{y}$ લેતાં,

$$\therefore f(x) = f(\sqrt{y})$$
$$= \sqrt{y} \cdot |\sqrt{y}|$$
$$= \sqrt{y} \cdot \sqrt{y}$$
$$f(x) = y$$

$\therefore$ વિધેય f વ્યાપ્ત છે.

3. (A)

x પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય તો $f(x) = 0$ થાય.

$\therefore f$ એક-એક વિધેય નથી.

$\therefore f^{-1}$ નું અસ્તિત્વ નથી.

4. (C)

$$\sin^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\right) - \sin^{-1}\sqrt{\frac{3}{x}} - \frac{\pi}{6} = 0$$

$$\therefore \sin^{-1}(1) - \frac{\pi}{6} = \sin^{-1}\sqrt{\frac{3}{x}}$$

$$\therefore \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \sin^{-1}\sqrt{\frac{3}{x}}$$

$$\therefore \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{x}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{3}{x}} = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{3}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 4$$

5. (C)

As per Video Solution.

6. (C)

$$\sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + \operatorname{cosec}^{-1}\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + \cos^{-1}\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \frac{x}{5} = \frac{3}{5} \left(\because \sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\therefore x = 3$$

7. (C)

$$\begin{bmatrix} 1 & x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\therefore \begin{bmatrix} 1+0+0, 3+5x+3, 2+x+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\therefore \begin{bmatrix} 1, 6+5x, 4+x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\therefore 1 + 6 + 5x + 4x + x^2 = 0$$

$$\therefore x^2 + 9x + 7 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-9 \pm \sqrt{81-28}}{2}$$

$$-9 \pm \sqrt{53}$$

8. **(A)**

અહીં $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -x & 14x & 7x \\ 0 & 1 & 0 \\ x & -4x & -2x \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\therefore -2x+7x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{5}$

9. **(A)**

$A^2+B^2=A\cdot A+B\cdot B$

$=(AB)A+(BA)B$

$=A(BA)+B(AB)$

$=AB+BA$

$=A+B$

$\therefore A^2+B^2=A+B$

10. **(D)**

$D=\begin{vmatrix} 1 & 3\cos\theta & 1 \\ \sin\theta & 1 & 3\cos\theta \\ 1 & \sin\theta & 1 \end{vmatrix}$

$=1(1-3\cos\theta\sin\theta)-$

$3\cos\theta(\sin\theta-\cos\theta+1)(\sin^2\theta-1)$

$=1-3\cos\theta\sin\theta-3\cos\theta\sin\theta+9\cos^2\theta+\sin^2\theta-1$

$=\sin^2\theta-6\sin\theta\cos\theta+9\cos^2\theta$

$=(\sin\theta-3\cos\theta)^2$

$-\sqrt{10}\le\sin\theta-3\cos\theta\le\sqrt{10}$

$\therefore -10\le(\sin\theta-3(\cos\theta)^2\le 10)$

$\therefore$ D નું મહત્તમ મૂલ્ય 10 છે.

11. **(D)**

□ABC ના શિરોબિંદુઓ

A $(x_1,y_1)=(1,1)$

B $(x_2,y_2)=(3,3)$

અને $C(x_3,y_3)=(5,k)$ લેતાં,

$D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 5 & k & 1 \end{vmatrix}$

$=(3-k)-(3-5)+1(3k-15)$

$D=2k-10$

અહીં □ABC નું ક્ષેત્રફળ $=2$ એકમ છે.

$\therefore \frac{1}{2}|D|=2$

$\therefore |D|=4$

$\therefore |2k-10|=4$

(પરિણામ (i) પરથી)

$\therefore 2k-10=4$ અથવા $2k-10=-4$

$\therefore 2k=14$ અથવા $2k=-4+10$

$\therefore k=7 \quad \therefore 2k=6$

$\therefore k=3$

આમ, $k=3$ અથવા 7

12. **(B)**

As per Video Solution.

13. **(C)**

$f(x)=\dfrac{2\cos^2\frac{x}{2}-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{2\cos^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}=\dfrac{\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}}$

$f(x)=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\right)$

$f(x)$ એ $x=\pi$ માટે સતત છે.

$\therefore f(\pi)=\lim_{x\to\pi}\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\right)$ (સતત વિધેયની વ્યાખ્યા)

$=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\right)$

$=\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$=-\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\therefore f(\pi)=-1$

14. **(A)**

$x+y=\sin(xy)$

$\therefore 1+\frac{dy}{dx}=\cos(xy)\left[x\frac{dy}{dx}+y(1)\right]$

$\therefore 1+\frac{dy}{dx}=x(\cos(xy))\frac{dy}{dx}+y\cos(xy)$

$\therefore [1-x\cos(xy)]\frac{dy}{dx}=y(\cos(xy))-1$

$\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{y\cos(xy)-1}{1-x\cos(xy)}$

$\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{1-y\cos xy}{x\cos(xy)-1}$

15. **(B)**

$f(x)=\log_7(\log_3 x)$

$=\frac{\log(\log_3 x)}{\log 7}$

$=\frac{1}{\log 7}\cdot\log\left[\frac{\log x}{\log 3}\right]$

$f'(x)=\frac{1}{\log 7}\cdot\frac{\log 3}{\log x}\cdot\frac{1}{\log 3}\cdot\frac{d}{dx}(\log x)$

$$= \frac{1}{\log 7} \cdot \frac{1}{\log x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$\therefore f'(x) = \frac{1}{x \log x \cdot \log 7}$$

16. **(C)**

$$y = \left(x^x\right)^x \Rightarrow \log_e y = x \log_e (x)^x = x^2 \cdot \log_e x$$

$$\therefore \frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = x^2 \cdot \frac{1}{x} + 2x \cdot \log_e x$$

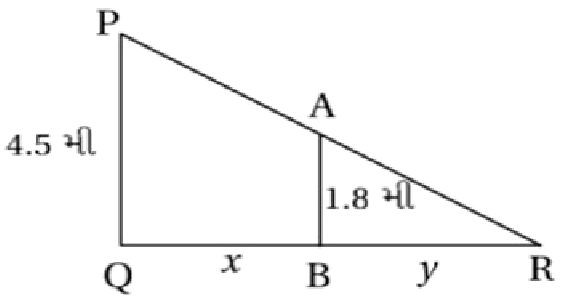
$$\therefore \frac{dy}{dx} = x\left(x^x\right)^x \left[1 + 2\log_e x\right]$$

17. **(B)**

ધારો કે કોઈપણ ક્ષા t સમયે વીજળીના થાંભલાથી માણસનું સમક્ષિતિજ અંતર x અને તેના પડછાયાની લંબાઈ y છે. આકૃતિમાં $\overline{AB}$ માણસ, $\overline{BR}$ તેનો પડછાયો અને $\overline{PQ}$ વીજળીનો થાંભલો દર્શાવે છે.

અહીં, $\frac{dx}{dt} = 1.2$ મી/સે

$$\frac{dy}{dt} = (?)$$



ત્રિકોણોની સમરૂપતા પરથી,

$$\frac{4.5}{1.8} = \frac{x+y}{y}$$

$$\therefore \frac{5}{2} = \frac{x+y}{y}$$

$$\therefore 5y = 2x + 2y$$

$$\therefore y = \frac{2x}{3}$$

$$\therefore \frac{dy}{dt} = \frac{2}{3}\frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{2}{3}(1.2)$$

$$\therefore \frac{dy}{dt} = 0.8 \text{ મી/સેકન્ડ}$$

18. **(C)**

$$S = t^3 - 6t^2 + 9t$$

$$\therefore \quad V = \frac{ds}{dt}$$

$$\therefore V = 3t^2 - 12t + 9$$

$$\therefore (V)_{t=2} = 3(2)^2 - 12(2) + 9$$

$$= 12 - 24 + 9$$

$$= 21 - 24$$

$$= -3 \text{ મીટર / સેકન્ડ}$$

19. **(B)**

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$\therefore f'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x \log\left(\frac{1}{3}\right)$$

વિકલ્પ - 1 : જો $x > 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^0$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x < 1$$

$\therefore f(x)$ એ ઘટતું વિધેય છે.

20. **(A)**

$$f(x) = 3\cos x + 4\sin x$$

[નોંધ : યાદ રાખો $f(x) = a\cos x + b\sin x$ નો વિસ્તાર $\left(-\sqrt{a^2+b^2}, \sqrt{a^2+b^2}\right)$ છે. ($x \in R$ માટે)]

$\therefore -\sqrt{a^2+b^2}$ $f(x)$ નું ન્યૂનતમ મૂલ્ય છે.

$\sqrt{a^2+b^2}$ $f(x)$ નું અધિકતમ મૂલ્ય છે.

$f(x) = 5\cos x + 12x$ નું મહત્તમ મૂલ્ય

$\sqrt{(5)^2 + (12)^2} = 13$ છે.

21. **(C)**

$$\Rightarrow \int \frac{xdx}{1 - x\cot x} = \int \frac{xdx}{1 - x\frac{\cos x}{\sin x}} = \int \frac{x\sin x}{\sin x - x\cos x} dx$$

$$= \int \frac{dt}{t} = \log t = \log(\sin x - x\cos x) + c$$

$\sin x - x\cos x = t$ આદેશ લેતાં,

$$\Rightarrow \left[\cos x - (-x\sin x + \cos x)\right] dx$$

$$= dt \Rightarrow x\sin x dx = dt$$

22. **(B)**

$\Rightarrow x^2 = t$ આદેશ લેતાં, $2xdx = dt$

$$\therefore I = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t^2 + t + 1}$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{dt}{\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left(\frac{t+\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)+c$$

$$=\frac{1}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left(\frac{2x^2+1}{\sqrt{3}}\right)+c$$

23. (C)

$$\Rightarrow\ I=\int e^x\left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x}\right)dx$$

$$=\int e^x\left(\frac{\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2})}{2\cos^2\frac{x}{2}}\right)dx$$

$$=\int\frac{e^x}{2}\left[\tan^2\frac{x}{2}+1+2\tan\frac{x}{2}\right]dx$$

$$=\int\frac{e^x}{2}\left[\sec^2\frac{x}{2}+2\tan\frac{x}{2}\right]dx$$

$$=\int e^x\left[\frac{1}{2}\sec^2\frac{x}{2}+\tan\frac{x}{2}\right]dx$$

$$=\int e^x\left[\tan\frac{x}{2}+\frac{d}{dx}\left(\tan\frac{x}{2}\right)\right]dx$$

$$\therefore I=e^x\tan\frac{x}{2}+c$$

24. (B)

$$\Rightarrow\ I=\int\sqrt{x^2-4x+2}dx$$

$$=\int\sqrt{x^2-4x+4-2}dx$$

$$=\int\sqrt{(x-2)^2-(\sqrt{2})^2}dx\left[\int\sqrt{x^2-a^2}dx\ \right]$$

$$=\frac{x-2}{2}\sqrt{x^2-4x+2}-\frac{2}{2}\log\left|x-2+\sqrt{x^2-4x+2}\right|+c$$

$\therefore I$

$$=\frac{x-2}{2}\sqrt{x^2-4x+2}-\log\left|x-2+\sqrt{x^2-4x+2}\right|+c$$

25. (C)

$\Rightarrow |x+2|=x+2$, જ્યારે $x\geq-2$

$=-(x+2),\ x<-2$

$$\int_{-4}^{4}|x+2|dx$$

$$=\int_{-4}^{-2}|x+2|dx+\int_{-2}^{4}|x+2|dx$$

$$=\int_{-4}^{-2}(-x-2)dx+\int_{-2}^{4}(x+2)dx$$

$$=\left[\frac{-x^2}{2}-2x\right]_{-4}^{-2}+\left[\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-2}^{4}$$

$$=\left[(-2+4)-(-8+8)\right]+\left[(8+8)-(2-4)\right]$$

$=20$

26. (A)

$$\Rightarrow\ I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2^{\sin x}}{2^{\sin x}+2^{\cos x}}dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2^{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}}{2^{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}+2^{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}}dx$$

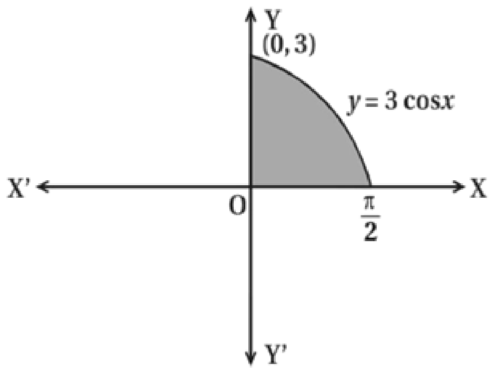
$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2^{\cos x}}{2^{\cos x}+2^{\sin x}}dx$$

(1) તથા (2) નો સરવાળો કરતાં,

$$2I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}1dx=\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore I=\frac{\pi}{4}$$

27. (A)



$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}3\cos x\,dx$$

$$=3[\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=3\left[\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0\right]=3$$

$\therefore$ માંગેલ ક્ષેત્રફળ $A=|I|=3$

28. (C)

$$\Rightarrow\ A=\int_5^6|5-x|dx$$

$$=\left|\int_5^6(5-x)dx\right|$$

$$=\left|\left(5x-\frac{x^2}{2}\right)_5^6\right|$$

$$=\left|(30-18)-\left(25-\frac{25}{2}\right)\right|$$

$$=\left|12-\frac{25}{2}\right|$$

$$=\left|-\frac{1}{2}\right|$$

$= |-0.50|$
$= 0.50$

29. **(D)**
અવ્યાખ્યાયિત
$\Rightarrow$ આપેલ સમીકરણ વિકલિતમાં બહુપદી નથી, તેથી તેનું પરિમાણ અવ્યાખ્યાયિત છે.

30. **(B)**
$\Rightarrow f(x,y) = \dfrac{x^4 - y^4}{x^2 - y^2}$
$\therefore f(x,y) = \dfrac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{x^2 - y^2}$
$\therefore f(x,y) = x^2 + y^2$
$\therefore f(x,y) = x^2\left(1 + \left(\dfrac{y}{x}\right)^2\right)$
$\therefore f(x,y) = x^2 \phi\left(\dfrac{y}{x}\right)$
આમ, $f(x,y)$ એ 2 ઘાતવાળું સમપરિમાણ વિધેય છે.

31. **(B)**
$\Rightarrow x\log x \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2}{x}\log_e x^x$
$\therefore \dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x\log x} = \dfrac{2\log_e x^x}{x\log x}$
$\therefore P(x) = \dfrac{1}{x\log x} = \dfrac{\left(\frac{1}{x}\right)}{\log x}$
$\therefore$ સંકલ્યકારક અવયવ $= e^{\int P(x)\cdot dx}$
$= e^{\int \frac{\left(\frac{1}{x}\right)}{\log x} dx}$
$= e^{\log_e(\log_e x)}$
$= \log_e x$

32. **(A)**
$\Rightarrow 1 + \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma$
$= 1 + 2\cos^2\alpha - 1 + 2\cos^2\beta - 1 + 2\cos^2\gamma - 1$
$= 2(\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma) - 2$
$= 2(1) - 2$
$= 0$

33. **(C)**
$\vec{x}\cdot\vec{y} = \vec{x}\cdot\vec{z}$
$\vec{x}\times\vec{y} = \vec{x}\times\vec{z}$
$\therefore \vec{x}\cdot\vec{y} - \vec{x}\cdot\vec{z} = \bar{0} \therefore \vec{x}\times\vec{y} - \vec{x}\times\vec{z} = \bar{0}$
$\therefore \vec{x}\cdot(\vec{y} - \vec{z}) = \bar{0}$
$..(1) \therefore \vec{x}(\vec{y} - \vec{z}) = \bar{0}$
પરિણામ (1) અને (2) પરથી,
$\vec{x}\cdot(\vec{y} - \vec{z}) = \vec{x}\times(\vec{y} - \vec{z})$
$\therefore \vec{y} - \vec{z} = \vec{\omega}$
$\therefore \vec{x}\cdot\vec{\omega} = \vec{x}\times\vec{\omega}$
હવે, લાગ્રાંન્જના નિત્યસમ પરથી,
$|\vec{x}\cdot\vec{\omega}|^2 + |\vec{x}\times\vec{\omega}|^2 = |\vec{x}|^2|\vec{\omega}|^2$
$\therefore |\vec{x}|^2|\vec{\omega}|^2 = \bar{0}$
$\therefore \vec{\omega} = \bar{0} \ (\because \vec{x} \neq 0)$
$\therefore \vec{y} - \vec{z} = \bar{0}$
$\therefore \vec{y} = \vec{z}$

34. **(D)**
$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3}, |\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 1$
$\therefore |\vec{a} + \vec{b}|^2 = 3$
$\therefore |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a}\cdot\vec{b} = 3$
$\therefore 1 + 1 + 2\vec{a}\cdot\vec{b} = 3$
$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b} = \dfrac{1}{2}$
હવે, $(3\vec{a} - 4\vec{b})\cdot(2\vec{a} + 5\vec{b})$
$= 6\vec{a}\cdot\vec{a} + 15\vec{a}\cdot\vec{b} - 8\vec{b}\cdot\vec{a} - 20\vec{b}\cdot\vec{b}$
$= 6|\vec{a}|^2 + 7\vec{a}\cdot\vec{b} - 20|\vec{b}|^2 \ (\because \vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a})$
$= 6 + \dfrac{7}{2} - 20$ ... ((1) પરથી)
$= \dfrac{-21}{2}$

35. **(C)**
$\Rightarrow \vec{a} = \hat{i} + j = (1,1,0)$
$\vec{b} = j + k = (0,1,1)$ લેતાં,
$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$
$= \hat{i}(1-0) - j(1-0) + k(1-0)$
$= \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$
$\therefore \vec{a}\times\vec{b} = (1,-1,1)$
$\therefore |\vec{a}\times\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (1)^2}$
$= \sqrt{3}$

$\therefore$ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું જરૂરી ક્ષેત્રફળ $=\frac{1}{2}\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$

$=\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}\right)$

36. **(B)**

$\Rightarrow \frac{3-x}{3}=\frac{2y-3}{5}=\frac{z}{2}$

$\therefore \frac{x-3}{-3}=\frac{y-\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{z-0}{2}$

અહીં $A(\vec{a})=\left(3,\frac{3}{2},0\right)$ અને $(\vec{l})=\left(-3,\frac{5}{2},2\right)$ થાય

સદિશ સમીકરણ : $\vec{r}=\vec{a}+k(\vec{l})$

$\therefore r=\left(3,\frac{3}{2},0\right)+k'\left(-3,\frac{5}{2},2\right)$

$=\left(3,\frac{3}{2},0\right)+\frac{k'}{2}(-6,5,4)$

$=\left(3,\frac{3}{2},0\right)+k(-6,5,4)$

$\therefore k=\frac{k'}{2}\in R$

37. **(A)**

$\Rightarrow$ ઉપરના દાખલા નં. 40 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે $P(1,0,2)$ માંથી રેખા પર દોરેલ લંબના લંબપાદના યામ $M\left(\frac{1}{2},1,-\frac{3}{2}\right)$ મળશે.

$\therefore$ માંગેલ લંબની લંબાઈ PM

$=\sqrt{\left(1-\frac{1}{2}\right)^2+(0-1)^2+\left(2+\frac{3}{2}\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{1}{4}+1+\frac{49}{4}}$

$=\sqrt{\frac{54}{4}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$

38. **(D)**

$\Rightarrow 2x+3y\le 6$ માટે

x	3	0
y	0	2

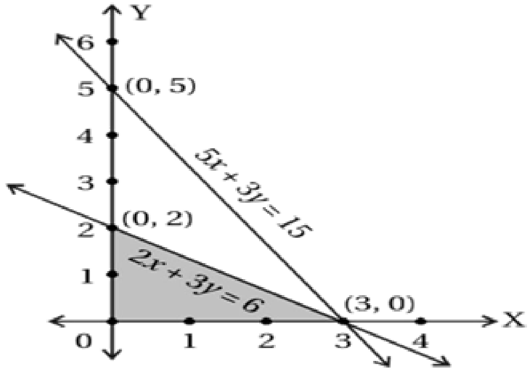
$\Rightarrow 5x+3y\le 15$ માટે

x	3	0
y	0	5

$\Rightarrow 2x+3y\le 6$

$5x+3y\le 15$

અહીં $2x+3y\le 6$ માં $x=3$ મૂકતાં,
$y=0$



અહીં આકૃતિ પરથી સ્પટ છે કે, $(0,0),(3,0),(0,2)$ એ આપેલી મર્યાદાઓથી રચાતા સીમિત શક્ય ઉકેલના પ્રદેશનાં શિરોબિંદુઓ છે. પણ બિંદુ $(0,5)$ એ સીમિત શક્ય ઉકેલના પ્રદેશનું શિરોબિંદુ નથી.

39. **(B)**

$\Rightarrow P(A)=\frac{1}{3},P(B)=\frac{1}{4},P(A\cap B)=\frac{1}{5}$

$P(A'*B')=\frac{P(A'\cap B')}{P(B')}$

$=\frac{P(A\cup B)'}{P(B')}$

$=\frac{1-P(A\cup B)}{P(B')}$

$=\frac{1-\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right]}{1-\frac{1}{4}}$

$=\frac{1-\frac{(20+15-12)}{60}}{\frac{3}{4}}$

$=\frac{\frac{60-23}{60}}{\frac{3}{4}}$

$=\frac{37}{60}\times\frac{4}{3}=\frac{37}{45}$

40. **(A)**

$\Rightarrow$ ધારોકે A એ બેગ X પસંદ કરવાની ઘટના છે અને B એ બેગ Y પસંદ કરવાની ઘટના છે અને E સફેદ દડો પસંદ કરવાની ઘટના છે.

$P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{2},$

$P(E/A)=\frac{2}{5}, P(E/B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$P(E)=P(A)\cdot P(E/A)+P(B)P(E/B)$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}$

$\therefore P(E)=\frac{8}{15}$

PW Web/App - https://smart.link/7wwosivoicgd4
Library- https://smart.link/sdfez8ejd80if