PYP - 2022

Mathematics

Q1 यदि $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ और A_{ij} , a_{ij} का सह-खंड है, तो Δ का मान बराबर है-

(A) $a_{11}\ A_{31} + a_{12}\ A_{32} + a_{13}\ A_{33}$

(B) $a_{11}\ A_{11} + a_{12}\ A_{21} + a_{13}\ A_{31}$

(C) $a_{21}\ A_{11} + a_{22}\ A_{12} + a_{23}\ A_{13}$

(D) $a_{11}\ A_{11} + a_{21}\ A_{21} + a_{31}\ A_{31}$

Q2 यदि आव्यूह $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 3x \\ 1 & y & -5 \\ -6 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ विषम सममित है, तो $6x + y$ बराबर है-

(A) 6 (B) 12

(C) 18 (D) 4

Q3 यदि $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 5 \\ 1 & x \end{vmatrix}$ है तो $|x|$ बराबर है-

(A) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ (B) 4

(C) $2\sqrt{2}$ (D) 6

Q4 निम्नलिखित कथनों पर विचार करें:

1. एक वर्ग आव्यूह A को व्युत्क्रमणीय कहा जाता है यदि $|A| = 0$

2. एक वर्ग आव्यूह A व्युत्क्रमणीय है यदि और केवल $|A| \neq 0$

3. यदि किसी पंक्ति के तत्वों को किसी अन्य पंक्ति के सहखंडों से गुणा किया जाता है, तो उनका योग शून्य होता है।

4. A कोटि 3 का वर्ग आव्यूह है तो $|Adj(A)| = |A|^3$

उपरोक्त दिए गए कथनों में से कौन सा/से कथन सही है/हैं?

(A) केवल 1 और 3 (B) केवल 2 और 3

(C) केवल 3 और 4 (D) ये सभी

Q5 वह अंतराल जिसमें $y = x^2e^{2x}$ वर्धमान है, वह है

(A) $(-\infty, -1)$

(B) $(-1, -\infty)$

(C) $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$

(D) $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

Q6 यदि $x = t^3, y = t^4$ है, तो $t = 2$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान क्या होगा?

(A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{1}{9}$

(C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{9}{16}$

Q7 सूची-I का सूची-II से मिलान कीजिए

सूची-I	सूची-I
A. $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2-16}}$	(i). $\frac{1}{3}\sin^{-1}\frac{3x}{4} + C$
B. $\int \frac{dx}{\sqrt{16-9x^2}}$	(ii). $\log(e^x + 1) + C$
C. $\int \frac{e^{2\ln x}+1}{e^{2\ln x}-1}dx$	(iii). $\frac{1}{3}\log_e\left\|3x + \sqrt{9x^2-16}\right\| + C$
D. $\int \frac{1}{1+e^{-x}}dx$	(iv). $x + \log_e\left\|\frac{x-1}{x+1}\right\| + C$

नीचे दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए:

(A) $A-(i), B-(iii), C-(ii), D-(iv)$

(B) $A-(i), B-(iii), C-(iv), D-(ii)$

(C) $A-(iii), B-(i), C-(iv), D-(ii)$

(D) $A-(iii), B-(i), C-(ii), D-(iv)$

Q8 परवलय $y^2 = 8x$ और रेखा $x = 2$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में) है

(A) $\frac{16}{3}$ (B) $\frac{32}{3}$

(C) $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$

Q9 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{2\pi-x}}dx$ बराबर है-

(A) $\pi/3$ (B) π

(C) $\pi/2$ (D) 1

Q10 अवकल समीकरण $ydx - xdy = 0$ का हल वक्र $y = y(x)$, जो $(2, 4)$ से होकर गुजरता है, निम्नलिखित बिंदु से होकर गुजरेगा-

(A) (-1,2) (B) $\left(\frac{-1}{2}, -1\right)$

(C) (0,-4) (D) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

Q11 अवकल समीकरण $\log_e\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y$ का हल वक्र, जो मूल बिंदु से होकर गुजरता है, वह है

(A) $4e^{3x} - 3e^{-4y} - 1 = 0$ (B) $4e^{3x} + 3e^{-4y} - 7 = 0$

(C) $3e^{3x} + 4e^{-4y} - 1 = 0$ (D) $3e^{3x} - 4e^{-4y} + 7 = 0$

Q12 यदि एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता वितरण है

X	1	2	3	4	5
P(X=x)	k	2k	3k	3k	k

$P(X > 2)$ का मान है:

(A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{9}{10}$

(C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{7}{10}$

Q13 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{2(x+1)y}{x^2+2x+2}, y > 0$, द्वारा निरूपित वक्र बिंदु (0, 4) से होकर गुजरता है। यदि यह $P(-1, k)$ और $Q(\lambda, 10)$ से भी होकर गुजरता है, तो $(PQ)^2$ किसके बराबर है?

(A) 148 (B) 66

(C) 68 (D) 72

Q14 यदि $\int \frac{dx}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}} = \lambda\left(x^{\frac{3}{2}} + (x-1)^{\frac{3}{2}}\right) + C$ है, तो λ का मान क्या है?

(A) 2 (B) 3 / 2

(C) 1 (D) 2 / 3

Q15 एक LPP के सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु $(0, 0)$, $(30, 0)$ $(20, 30)$ और $(0, 50)$ हैं। यदि उद्देश्य फलन अधिकतम $(Z) = ax + by$, जहाँ $a \neq b$ और $a, b > 0$, का दोनों बिंदुओं $(30, 0)$ और $(20, 30)$ पर इष्टतम हल है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य है?

(A) $a = 2b$ (B) $a = 3b$

(C) $2a = b$ (D) $3a = b$

Q16 निम्नलिखित में से कौन-सा Z पर तुल्यता संबंध नहीं है?

(A) $aRb \Leftrightarrow a + b$ एक सम पूर्णांक है

(B) $aRb \Leftrightarrow a - b$ एक सम पूर्णांक है

(C) $aRb \Leftrightarrow a \leq b$

(D) $aRb \Leftrightarrow a = b$

Q17 $f(x) = \frac{x}{x+1}$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R - \{-1\} \to R - \{1\}$ है:

(A) एकैकी और आच्छादक दोनों

(B) केवल एकैकी

(C) केवल आच्छादक

(D) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

Q18 यदि $X + Y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ और $X - Y = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ है, तो Y किसके बराबर है?

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

Q19 यदि A और B कोई दो आव्यूह हैं जैसे कि $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ तो

(A) $B^2\ A^3 + A^3\ B^2 = 0$

(B) $AB + BA = 0$

(C) $B^3\ A^4 - A^4\ B^3 = 0$

(D) $AB(B - A) = 0$

Q20 यदि A और B दो ऐसे आव्यूह हैं कि $AB = O$ (शून्य आव्यूह), तो

A. A एक शून्य आव्यूह हो सकता है, लेकिन B शून्य आव्यूह नहीं हो सकता।

B. B एक शून्य आव्यूह हो सकता है, लेकिन A शून्य आव्यूह नहीं हो सकता।

C. A और B दोनों शून्य आव्यूह हो सकते हैं।

D. A और B दोनों शून्येतर आव्यूह हो सकते हैं।

नीचे दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनें:

(A) केवल A, B (B) केवल A, B, C

(C) केवल C, D (D) ये सभी

Q21 $\int \frac{x^2+3x-1}{(x+1)^2}dx$ बराबर है

(A) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2}\log_e|x+1| + C$

(B) $x + \frac{3}{x+1} + \log_e|x+1| + C$

(C) $x - \frac{1}{x+1} + \log_e|x+1| + C$

(D) $x + \frac{3}{x+1} + \frac{1}{2}\log_e|x+1| + C$

Q22 वक्र $y = x^2$ और रेखा $y = 4$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में) है:

(A) 16/3 (B) 32/3
(C) 32 (D) 24

Q23 यदि $\int \frac{(x^2+1)(x^2+2)}{(x^2+3)(x^2+4)}dx = ax + b\tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + c\tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + d$
जहाँ d समाकलन अचर है तो $\frac{a+c}{b}$ बराबर है to
(A) $-\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$
(C) $2\sqrt{3}$ (D) -2

Q24 फलन $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+px}-\sqrt{1-px}}{x}, & -1 \le x < 0, \\ \frac{2x+1}{x-2}, & 0 \le x \le 1, \end{cases}$ अंतराल $[-1, 1]$ में संतत है, तो p बराबर है:
(A) 1 (B) -1/2
(C) 1/2 (D) -1

Q25 यदि $y = \log_e\left(\sin\left(\frac{x^2}{3} - 1\right)\right)$ है, तो $\frac{d^2y}{dx}$ किसके बराबर है:
(A) $\frac{2}{3}\left(-\cot\left(\frac{x^2}{3}-1\right) + \text{cosec}^2\left(\frac{x^2}{3}-1\right)\right)$
(B) $\frac{2}{3}\cot\left(\frac{x^2}{3}-1\right) - \frac{4x^2}{9}\text{cosec}^2\left(\frac{x^2}{3}-1\right)$
(C) $-\frac{2}{3}\cot\left(\frac{x^2}{3}-1\right) + \frac{4x^2}{9}\text{cosec}^2\left(\frac{x^2}{3}-1\right)$
(D) $\frac{2}{3}\left(\cot\left(\frac{x^2}{3}-1\right) - x\text{cosec}^2\left(\frac{x^2}{3}-1\right)\right)$

Q26 यदि $z = \tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \cot^{-1}\frac{3}{2}\right)$ है, तब $6z$ बराबर है:
(A) 1/3 (B) 16
(C) 17 (D) 29

Q27 यदि $x = \sqrt{t}, y = \sin t$ और $\frac{d^2y}{dx^2} = a\cos x^2 + bx^2\sin x^2$ है, तो $a^2 + b^2$ किसके बराबर है?
(A) 4 (B) 16
(C) 20 (D) 48

Q28 यदि $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0, x \neq y$ तो $x = -3$ पर $2\frac{dy}{dx} + y$ बराबर है-
(A) -1 (B) 1
(C) 2 (D) -2

Q29 एक गोले की त्रिज्या 0.5 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब त्रिज्या 20 सेमी हो, तो गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर (सेमी²/मिनट में) क्या होगी?
(A) 20π (B) 40π
(C) 160π (D) 80π

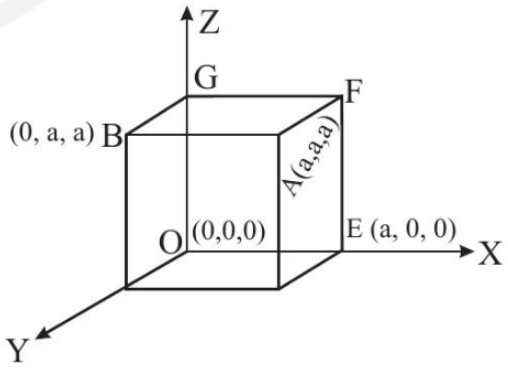
Q30 वक्र $x(\theta) = 2\sqrt{2}(\cos\theta + \theta\sin\theta), y(\theta), = 2\sqrt{2}(\sin\theta - \theta\cos\theta)$
$\theta = \pi/4$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण निम्न के बराबर है:
(A) $x - y = \pi/2$ (B) $x - y = \pi$
(C) $x - y = 2$ (D) $x - y = 4$

Q31 सूची-I का सूची-II से मिलान कीजिए

सूची-I	सूची-II
A. तल $\vec{r}\cdot(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}) = 2$ से बिंदु (1,-1,1) की दूरी	(i). $x+y+z=2$
B. $\vec{r}\cdot(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}) = 2$	(ii). $-x+y+z=5$
C. तल $\vec{r}\cdot(\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}) = 5$ से बिंदु (1,-1,1) की दूरी	(iii). $\frac{1}{\sqrt{3}}$
D. $\vec{r}\cdot(-\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}) = 5$	(iv). $2\sqrt{3}$

नीचे दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनें:
(A) $A-(iv), B-(ii), C-(i), D-(iii)$
(B) $A-(iv), B-(ii), C-(iii), D-(i)$
(C) $A-(iv), B-(i), C-(iii), D-(ii)$
(D) $A-(iii), B-(i), C-(iv), D-(ii)$

Q32



दी गई आकृति घनाभ है तो विकर्ण $\vec{OA}$ और $\vec{BE}$ के बीच का न्यून कोण है:
(A) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

(C) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (D) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

Q33 एक सैनिक हवा में गोली चलाता है और समय 't' पर गोली क्रमशः $x = 2t, y = t - 2, z = 5 - t$ पथ पर यात्रा करती है। तो गोली का पथ क्या होगा?
(A) परवलय
(B) दिक्-अनुपात $2, 1, -1$ वाली सरल रेखा
(C) दिक्-अनुपात $2, -1, 1$ वाली सरल रेखा
(D) (0, 2,) पर केंद्रित दीर्घवृत्त

Q34 निम्नलिखित में से कौन-सा किसी LPP के व्यवरोध समुच्चय $S = \{(x, y) : 3x + 4y \leq 24, 8x + 6y \leq 48, x \leq 5, x, y \geq 0\}$ का कोनीय बिंदु नहीं है?
(A) $\left(\frac{24}{7}, \frac{24}{7}\right)$ (B) $\left(5, \frac{4}{3}\right)$
(C) $\left(\frac{24}{7}, \frac{33}{7}\right)$ (D) (0,6)

Q35 यदि दो मात्रक सदिशों का योग एक मात्रक सदिश हो, तो उनके अंतर का परिमाण क्या होगा?
(A) $\sqrt{2}$ (B) 3
(C) $\sqrt{3}$ (D) 2

Q36 $\hat{i} \cdot \left(\hat{j} \times \hat{k}\right) + \hat{j} \cdot \left(\hat{k} \times \hat{i}\right) + \hat{k} \cdot \left(\hat{i} \times \hat{j}\right)$ बराबर है
(A) 1 (B) 0
(C) 3 (D) -3

Q37 यदि $\left|\vec{a} - \vec{b}\right| = 10, \left|\vec{a}\right| = 8, \left|\vec{b}\right| = 6$, तो $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण क्या है?
(A) 0 (B) $\cos^{-1}\left(\frac{29}{48}\right)$
(C) $\cos^{-1}\left(\frac{5}{24}\right)$ (D) $\pi/2$

Q38 रैखिक प्रोग्रामन समस्या है
अधिकतम मान $(z) = 5x + 7y$
निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत
$x + y \geq 10$
$3x + 5y \leq 15,$
$x \geq 0, y \geq 0$
(A) एक अद्वितीय इष्टतम हल है
(B) असुसंगत है
(C) बहु इष्टतम हल हैं
(D) सुसंगत और अपरिबद्ध है

Q39 एक थैले में 5 लाल और 7 काली गेंदें हैं। तीन गेंदों को बिना प्रतिस्थापन के एक-एक करके यादृच्छिक रूप से चुना जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि तीसरी गेंद लाल हो, जबकि पहली गेंद लाल और दूसरी गेंद काली है?
(A) $\frac{2}{5}$
(B) $\frac{3}{5}$
(C) $\frac{2}{7}$
(D) $\frac{5}{7}$

Q40 यदि दो स्वतंत्र घटनाएँ A और B इस प्रकार हैं कि $P(A) = \frac{1}{2}$ और $P\left(\left(A' \cap B'\right)'\right) = \frac{3}{5}$ है, तो $P(B)$ बराबर है:
(A) $\frac{3}{10}$
(B) $\frac{1}{5}$
(C) $\frac{2}{5}$
(D) $\frac{3}{5}$

Directions (41-45) Read the following passage and answer the given questions.
निम्नलिखित अनुच्छेद को पढ़ें और उसके बाद दिए गए प्रश्नों के उत्तर दें।
रेखा $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{6}$ और तल $10x + 2y - 11z - 3 = 0$ के समीकरणों का उपयोग करके, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें।

Q41 रेखा और तल के बीच का न्यून कोण है
(A) $\cos^{-1}\left(\frac{8}{21}\right)$
(B) $\sin^{-1}\left(\frac{8}{21}\right)$
(C) $\sin^{-1}\left(\frac{6}{7}\right)$
(D) $\cos^{-1}\left(\frac{6}{7}\right)$

Q42 रेखा और तल के प्रतिच्छेदन बिंदु का निर्देशांक-
(A) $\left(\frac{33}{10}, \frac{69}{20}, \frac{39}{10}\right)$
(B) $\left(\frac{-33}{10}, \frac{-69}{20}, \frac{-39}{10}\right)$
(C) $\left(0, \frac{3}{2}, 6\right)$
(D) $\left(-2, -\frac{3}{2}, 0\right)$

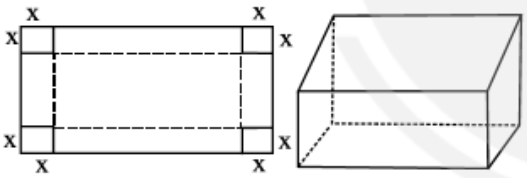
Q43 तल $10x + 2y - 11z - 3 = 0$ की मूल बिंदु से दूरी है:

(A) 1
(B) $\frac{1}{10}$
(C) $\frac{1}{15}$
(D) $\frac{1}{5}$

Q44 मूल बिंदु से दिए गए तल पर डाले गए लंब का पाद है
(A) $\left(\frac{2}{75}, \frac{2}{15}, -\frac{11}{75}\right)$
(B) $\left(\frac{2}{15}, \frac{2}{75}, -\frac{11}{75}\right)$
(C) $\left(\frac{2}{5}, \frac{-2}{25}, \frac{11}{25}\right)$
(D) $\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{25}, -\frac{11}{25}\right)$

Q45 तल $10x + 2y - 11z - 3 = 0$ Z-अक्ष को किस बिंदु पर प्रतिच्छेद करता है?
(A) $\left(0, 0, \frac{3}{10}\right)$
(B) $\left(0, 0, \frac{-3}{10}\right)$
(C) $\left(0, 0, \frac{3}{11}\right)$
(D) $\left(0, 0, -\frac{3}{11}\right)$

Directions (46-50) Read the following passage and answer the given questions.
निम्नलिखित अनुच्छेद को पढ़ें और उसके बाद दिए गए प्रश्नों के उत्तर दें।



एक ऑनलाइन रिटेल कंपनी अपने उत्पादों को कार्टन में पैक करके भेजती है। प्रत्येक कार्टन 8 मीटर x 3 मीटर व्यास वाली फाइबर बोर्ड की आयताकार शीट से बना होता है। कार्टन बनाते समय, फाइबर बोर्ड की आयताकार शीट के प्रत्येक कोने से x मीटर भुजा वाले बराबर वर्ग काटे जाते हैं। इसके बाद, परिणामी फ्लैप को मोड़कर कार्टन बनाया जाता है (कार्टन की भुजा पहचानने के लिए चित्र देखें)।

Q46 कार्टन का आयतन (V) निम्न द्वारा दिया जाता है: $V = f(x)$, जहाँ $\mathrm{f(x)}$ है:
(A) $4\mathrm{x}^3 - 24\mathrm{x}^2 + 22\mathrm{x}$
(B) $4\mathrm{x}^3 + 24\mathrm{x}^2 - 22\mathrm{x}$
(C) $-4x^3 + 22x^2 + 24x$
(D) $4x^3 - 22x^2 + 24x$

Q47 आयतन फलन $f(x)$ का अवकलज $f'(x)$ बराबर है
(A) $24 + 44x - 12x^2$
(B) $24 - 44x + 12x^2$
(C) $-22 + 48x + 12x^2$
(D) $22 - 48x + 12x^2$

Q48 x का वह मान (मीटर में) जिसके लिए कार्टन का आयतन V अधिकतम होता है, वह है
(A) 3
(B) $\frac{2}{3}$
(C) 1
(D) $\frac{1}{2}$

Q49 अधिकतम आयतन वाले कार्टन बॉक्स की लंबाई (मीटर में) है
(A) 6
(B) $\frac{5}{3}$
(C) $\frac{20}{3}$
(D) $\frac{22}{3}$

Q50 कार्टन बॉक्स का अधिकतम आयतन (m^3 में) है
(A) $\frac{200}{9}$
(B) $\frac{154}{9}$
(C) $\frac{154}{27}$
(D) $\frac{200}{27}$

Answer Key

Q1	(D)
Q2	(B)
Q3	(C)
Q4	(B)
Q5	(C)
Q6	(B)
Q7	(C)
Q8	(A)
Q9	(C)
Q10	(B)
Q11	(B)
Q12	(D)
Q13	(C)
Q14	(D)
Q15	(B)
Q16	(C)
Q17	(A)
Q18	(C)
Q19	(C)
Q20	(D)
Q21	(B)
Q22	(B)
Q23	(A)
Q24	(B)
Q25	(B)
Q26	(C)
Q27	(C)
Q28	(D)
Q29	(D)
Q30	(B)
Q31	(D)
Q32	(D)
Q33	(B)
Q34	(C)
Q35	(C)
Q36	(C)
Q37	(D)
Q38	(B)
Q39	(A)
Q40	(B)
Q41	(B)
Q42	(B)
Q43	(D)
Q44	(B)
Q45	(D)
Q46	(D)
Q47	(B)
Q48	(B)
Q49	(C)
Q50	(D)

Hints & Solutions

Q1 Text Solution:

C_1 के साथ विस्तार करते हुए, हमें प्राप्त होता है

$\Delta = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

$+ a_{31}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$

या, $\Delta = a_{11}\ A_{11} + a_{21}\ A_{21} + a_{31}\ A_{31}$

Q2 Text Solution:

मान लीजिए $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3x \\ 1 & y & -5 \\ -6 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

चूंकि, A विषम सममित है, इसलिए, $A = -A'$

अर्थात,

$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 3x \\ 1 & y & -5 \\ -6 & 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 6 \\ 1 & -y & -5 \\ -3x & 5 & 0 \end{bmatrix}$

तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$3x = 6$ और $y = -y \Rightarrow x = 2$ और $y = 0$

इस प्रकार, $6x + y = 6 \times 2 + 0 = 12$

अतः, विकल्प (B) सही विकल्प है।

Q3 Text Solution:

दिया गया है, $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 5 \\ 1 & x \end{vmatrix}$

$\Rightarrow 3 - (-8) = 2x^2 - 5$

$\Rightarrow 2x^2 = 16$

$\Rightarrow x^2 = 8$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{2}$

Q4 Text Solution:

(1) एक वर्ग आव्यूह A को व्युत्क्रमणीय कहा जाता है यदि $|A| \neq 0$. इस प्रकार, विकल्प (1) गलत है।

(2) एक वर्ग आव्यूह A व्युत्क्रमणीय है यदि और केवल $|A| \neq 0$। इस प्रकार, (2) सही है।

(3) यदि किसी पंक्ति के तत्वों को किसी अन्य पंक्ति के सहखंडों से गुणा किया जाता है, तो उनका योग शून्य होता है।

इस प्रकार, (3) सही है।

(4) A एक वर्ग आव्यूह है जो कोटि 3 का है, तो

$|Adj(A)| = |A|^2$

$\left[\because |\text{Adj(A)}| = |A|^{n-1}\right.$, जहाँ n आव्यूह A की कोटि है$\left.\right]$

इस प्रकार, विकल्प (4) गलत है।

इसलिए, विकल्प (B) सही विकल्प है।

Q5 Text Solution:

दिया गया है, $y = x^2e^{2x}$

$\therefore \ \frac{dy}{dx} = x^2\left(2e^{2x}\right) + e^{2x}\left(2x\right)$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x^2e^{2x} + 2xe^{2x}$

अब, y वर्धमान है, यदि $\frac{dy}{dx} > 0$

अर्थात, $2x^2e^{2x} + 2xe^{2x} > 0$

$\Rightarrow 2xe^{2x}(x+1) > 0$

$\Rightarrow x\,(x+1) > 0 \qquad (\because e^{2x} > 0 \forall x)$

$\Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$

$\therefore x \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$

अतः, विकल्प (C) सही विकल्प है।

Q6 Text Solution:

दिया गया है, $x = t^3, y = t^4$

$\therefore \ \frac{dx}{dt} = 3t^2, \frac{dy}{dt} = 4t^3$

इस प्रकार, $\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{4}{3}t$

पुनः अवकलन करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{4}{3} \times 1 \times \frac{dt}{dx}$

$= \frac{4}{3} \times \frac{1}{3t^2}$

अब, $\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=2} = \frac{4}{9} \times \frac{1}{(2)^2} = \frac{1}{9}$

अतः, विकल्प (B) सही विकल्प है।

Q7 Text Solution:

(c) (A) मान लीजिए

$I = \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2-16}} = \frac{1}{3}\int \frac{dx}{\sqrt{\left(x\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2}}$

$= \frac{1}{3}\left[\log\left|x + \sqrt{x^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2}\right|\right] + C'$

$\left[\because \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \log\left|x + \sqrt{x^2 - a^2}\right| + C\right]$

$= \frac{1}{3}\log\left|3x + \sqrt{9x^2 - 16}\right| + C$

(B) मान लीजिए $\int \frac{dx}{\sqrt{16-9x^2}} = \frac{1}{3}\int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(x\right)^2}}$

$= \frac{1}{3}\sin^{-1}\frac{x}{\frac{4}{3}} + C = \frac{1}{3}\sin^{-1}\left(\frac{3x}{4}\right) + C$

(C) मान लीजिए $I = \int \frac{x^2+1}{x^2-1}dx$

$= \int \left(1 + \frac{2}{x^2-1}\right) dx$

$= \int 1dx + 2\int \frac{1}{x^2-1}dx$

$= x + \log\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + C$

(D) मान लीजिए $I = \int \frac{e^x}{1+e^x}dx$

प्रतिस्थापित करने पर, $e^x + 1 = u \Rightarrow e^x dx = du$

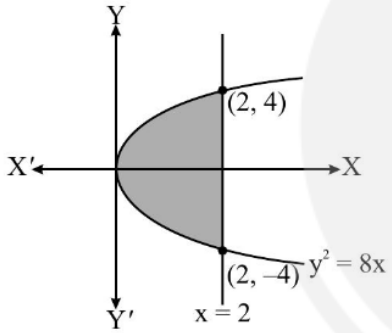
$\therefore \quad I = \int \frac{du}{u} = \log|u| + C = \log|e^x + 1| + C$

अतः, विकल्प (C) सही है|

Q8 Text Solution:

हमारे पास है, $x = 2$...(i)

और $y^2 = 8x$....(ii)



समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर, हमें प्रतिच्छेदन बिंदु (2,-4) और (2,4) प्राप्त होते हैं।

आवश्यक क्षेत्रफल = छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल

$= 2 \times \int_0^2 ydx$

$= 2 \times \int_0^2 \sqrt{8x}dx = 2\sqrt{8} \times \int_0^2 \left(x\right)^{1/2} dx$

$= 2\sqrt{8}\left[\frac{x^{3/2}}{3/2}\right]_0^2 = 2\sqrt{8} \times \frac{2}{3}\left[(2)^{3/2} - 0\right]$

$= \frac{32}{3}$ वर्ग इकाई

Q9 Text Solution:

मान लीजिए $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{2\pi-x}}dx$.....(i)

या, $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\sqrt{2\pi-x}}{\sqrt{2\pi-x}+\sqrt{x}}dx$.....(ii)

[प्रयोग करने पर,

$\int_a^b f\left(x\right)dx = \int_a^b f\left(a+b-x\right)dx$]

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर, हमें प्राप्त होता है:

$2I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} 1 \cdot dx = \left[x\right]_{\pi/2}^{3\pi/2} = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$

$\therefore I = \frac{\pi}{2}$

Q10 Text Solution:

हमारे पास है, $ydx - xdy = 0 \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dy}{y}$

$\Rightarrow \int \frac{dx}{x} = \int \frac{dy}{y} \Rightarrow \log x = \log y + \log c$

$\Rightarrow x = yc$, जहाँ c एक स्थिरांक है

चूँकि, यह (2,4) से होकर गुजरता है

इसलिए, $2 = 4.c \quad \Rightarrow c = 1/2$

[समीकरण (i) से]

$\therefore x = \frac{y}{2}$ or $y = 2x$ [समीकरण (i) से]

अतः, विकल्प (B) में दिया गया बिंदु केवल समीकरण $y = 2x$ को संतुष्ट करता है

Q11 Text Solution:

हमारे पास है,

$\log_e\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^{3x+4y}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^{3x} \cdot e^{4y} \Rightarrow e^{-4y}dy = e^{3x}dx$

$\Rightarrow \int e^{-4y}dy = \int e^{3x}dx \Rightarrow -\frac{e^{-4y}}{4} = \frac{e^{3x}}{3} + C$

.....(i)

चूंकि यह $(0, 0)$ से होकर गुजरता है, इसलिए हमें प्राप्त होता है

$\frac{e^{-0}}{-4} = \frac{e^0}{3} + C \quad \Rightarrow C = -\frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{7}{12}$

$\therefore \frac{e^{-4y}}{-4} = \frac{e^{3x}}{3} - \frac{7}{12}$ ((i) से)

$\Rightarrow -3e^{-4y} = 4e^{3x} - 7$

$\Rightarrow 4e^{3x} + 3e^{-4y} - 7 = 0$

Q12 Text Solution:

चूँकि, $\sum P(X) = 1$

$\therefore k + 2k + 3k + 3k + k = 1$

$\Rightarrow 10k = 1 \Rightarrow k = 1/10$

अब, $P(X > 2) = 3k + 3k + k = 7k = 7/10$

Q13 Text Solution:

दिया गया अवकल समीकरण है:

$\frac{dy}{dx} = \frac{2(x+1)y}{x^2+2x+2}, y > 0$

$\Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{2(x+1)}{x^2+2x+2}dx$

$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \frac{2(x+1)}{x^2+2x+2}dx$
$\Rightarrow \log y = \log\left(x^2+2x+2\right) + \log C$
$\Rightarrow y = C\left(x^2+2x+2\right)$ .....(i)
चूंकि यह (0,4) से होकर गुजरता है, इसलिए हमें प्राप्त होता है:
$4 = C(2) \Rightarrow C = 2$
$\Rightarrow y = 2\left(x^2+2x+2\right)$ ((i) का प्रयोग करके)
जो कि वक्र का आवश्यक समीकरण है।
चूंकि, समीकरण... (ii) $P(-1,k)$ और $Q(\lambda,10)$, से होकर गुजरता है, हमें प्राप्त होता है
$k = 2$ और $10 = 2\left(\lambda^2+2\lambda+2\right)$
$\Rightarrow k = 2$ और $\lambda^2+2\lambda+2 = 5$
$\Rightarrow k = 2$ और $\lambda^2+2\lambda-3 = 0$
$\Rightarrow k = 2$ और $(\lambda+3)(\lambda-1) = 0$
$\Rightarrow k = 2$ और $\lambda = -3, 1$
इस प्रकार, $P(-1,2)$ और $Q(1,10)$ या $Q(-3,10)$
जब $P(-1,2)$ और $Q(1,10)$, तो हमारे पास है
$(PQ)^2 = (1+1)^2 + (10-2)^2 = 68$
जब $P(-1,2)$ और $Q(-3,10)$, तो हमारे पास है
$(PQ)^2 = (-3+1)^2 + (10-2)^2 = 68$

Q14 **Text Solution:**
मान लीजिए $I = \int \frac{dx}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}$
$= \int \frac{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{x-1})^2}dx$
$= \int \frac{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}{x-x+1}dx$
$= \int (\sqrt{x}+\sqrt{x-1})dx$
$= \frac{x^{3/2}}{3/2} + \frac{(x-1)^{3/2}}{3/2} + C$
दिए गए समीकरण से तुलना करने पर, हमें
$\lambda = 2/3$ प्राप्त होता है।
अतः, विकल्प (D) सही विकल्प है।

Q15 **Text Solution:**
हमारे पास है,
$Max.\ Z = ax + by$
चूँकि, Z दोनों बिंदुओं $(30,0)$ और $(20,30)$ पर अधिकतम है।
अत: $Z(30,0) = Z(20,30)$
$\Rightarrow 30a = 20a + 30\ b$
$\Rightarrow 10a = 30\ b$
$\Rightarrow a = 3\ b$

Q16 **Text Solution:**
संबंध a $\mathbf{R}b \Leftrightarrow a \leq b$ एक तुल्यता संबंध नहीं है क्योंकि
$a \leq b$ तब $b \not\leq a$
अतः, यदि $(a, b) \in R$ तब $(b, a) \notin R$
इस प्रकार, उपर्युक्त संबंध सममित नहीं है।
अतः विकल्प (C) एक तुल्यता संबंध नहीं है।

Q17 **Text Solution:**
दिया गया है, $f\left(x\right) = \frac{x}{x+1}$
$\because f'\left(x\right) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$
$\therefore f$ एकैकी है।
माना कि $y \in$ सहप्रांत (f)
$\Rightarrow y = \frac{x}{x+1} \Rightarrow x = \frac{y}{1-y} \in$ प्रांत (f)
अतः f के सहप्रांत में प्रत्येक y के लिए f के प्रांत में एक x मौजूद होता है
$\therefore f$ आच्छादक है।

Q18 **Text Solution:**
हमारे पास है,
$X + Y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ...(i)
$X - Y = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ ...(ii)
$2X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ [(i) +(ii) से]
$\Rightarrow 2X = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 14 \end{bmatrix}$
$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} - Y = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$
[समीकरण (ii) से]
$\Rightarrow Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$
अतः, विकल्प (C) सही विकल्प है।

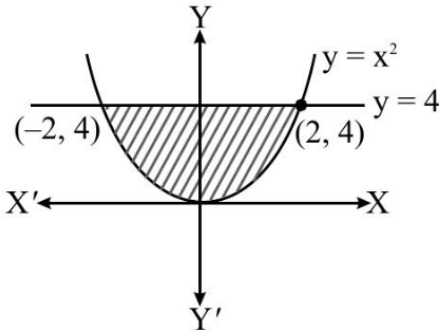
Q19 **Text Solution:**
हमारे पास है,
$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
$\Rightarrow (A-B)(A-B) = A^2 - 2AB + B^2$
$\Rightarrow A^2 - AB - BA + B^2 = A^2 - 2AB + B^2$

$\Rightarrow AB = BA$
$\Rightarrow A^2 B = A(AB) = A(BA) = (AB)A$
$= (BA)A = B(AA) = BA^2$
$\Rightarrow A^2 (A^2 B) = A^2 (BA^2)$
$\Rightarrow A^4 B = A^2 B A^2 = BA^2 A^2 = BA^4$
$\Rightarrow (A^4 B)B^2 = (BA^4)B^2$
$\Rightarrow A^4 B^3 = B(A^2 B)^2$
$\Rightarrow A^4 B^3 = B(BA^2)^2$
$\Rightarrow A^4 B^3 = B(B^2 A^4)$
$\Rightarrow A^4 B^3 = B^3 A^4$
$\Rightarrow A^4 B^3 - B^3 A^4 = 0$
अतः, विकल्प C सही है।

Q20 Text Solution:
दिया गया है $AB = O$ (शून्य आव्यूह), तो
$A = O$ और $B \neq O$
या, $A \neq O$ और $B \neq O$
या, $A = O$ और $B = O$
या, $A \neq O$ और $B = O$
अतः, सभी कथन सत्य हैं।
इसलिए, विकल्प (D) सही विकल्प है।

Q21 Text Solution:
माना $I = \int \frac{x^2+3x-1}{(x+1)^2} dx$
$I = \int \frac{x^2+2x+x+1-1-1}{(x+1)^2} dx$
$I = \int \frac{(x+1)^2+x-2}{(x+1)^2} dx$
$I = \int \frac{(x+1)^2+x+1-1-2}{(x+1)^2} dx$
$I = \int \frac{(x+1)^2+(x+1)-3}{(x+1)^2} dx$
$= \int \left(1 + \frac{1}{x+1} - \frac{3}{(x+1)^2}\right) dx$
$= \int 1.\, dx + \int \frac{1}{x+1} dx - 3\int \frac{1}{(x+1)^2} dx$
$= x + \log(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$

Q22 Text Solution:
दिया गया है, वक्र का समीकरण $y = x^2$
और रखा का समीकरण y=4 है



समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर, हमें प्रतिच्छेदन बिंदु (-2, 4) और (2, 4) प्राप्त होते हैं।
∴अभीष्ट क्षेत्रफल = छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल
$= 2\int_0^2 (4 - x^2) dx = 2\left[\int_0^2 4dx - \int_0^2 x^2 dx\right]$
$= 2\left[\left\{4x\right\}_0^2 - \left\{\frac{x^3}{3}\right\}_0^2\right] = 2\left(8 - \frac{8}{3}\right)$
$= 2\left(\frac{16}{3}\right) = \frac{32}{3}$ वर्ग इकाई

Q23 Text Solution:
माना $\int \frac{(x^2+1)(x^2+2)}{(x^2+3)(x^2+4)} dx$
$x^2 = t$ रखने पर , हमारे पास $\frac{(t+1)(t+2)}{(t+3)(t+4)} = \frac{t^2+3t+2}{t^2+7t+12}$
$= 1 + \frac{-4t-10}{t^2+7t+12} = 1 - \frac{4t+10}{(t+3)(t+4)}$
अब, आंशिक भिन्न विधि लागू करने पर, हम पाते हैं
$\frac{4t+10}{(t+3)(t+4)} = \frac{-2}{(t+3)} + \frac{6}{(t+4)}$
$= \frac{-2}{x^2+3} + \frac{6}{x^2+4} \left[\because t = x^2\right]$
अब, $I = \int \left[1 - \left(\frac{-2}{(x^2+3)} + \frac{6}{(x^2+4)}\right)\right] dx$
$= \int 1.\, dx + 2\int \frac{1}{x^2+3} dx - 6\int \frac{1}{x^2+4} dx$
$= \int 1.\, dx + 2\int \frac{1}{x^2+(\sqrt{3})^2} dx - 6\int \frac{1}{x^2+2^2} dx$
$= x + \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) - 6 \times \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{x}{2}$
$+ C'$
$= x + \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) - 3\tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + C'$
अब, दिए गए समीकरण से तुलना करने पर, हम पाते हैं
$a = 1,\ b = \frac{2}{\sqrt{3}}$ और $c = -3$
इस प्रकार, $\frac{a+c}{b} = \frac{1-3}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{3}$

Q24 Text Solution:
$. L. H. L = \lim_{x \to 0^-} \frac{\sqrt{1+px} - \sqrt{1-px}}{x}$

$= \lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{1+px}-\sqrt{1-px}}{x} \times \frac{\sqrt{1+px}+\sqrt{1-px}}{\sqrt{1+px}+\sqrt{1-px}}$

(परिमेयकरण करने पर)

$= \lim_{x\to 0^-} \frac{2\,px}{x(\sqrt{1+px}+\sqrt{1-px})} = p$

और R.H.L. $= \lim_{x\to 0^+} f\left(x\right) = \lim_{x\to 0^+} \frac{2x+1}{x-2} = -\frac{1}{2}$

$= -\frac{1}{2}$

चूँकि दिया गया f(x), [-1,1] में संतत है

अतः L.H.L. = R.H.L.

$\Rightarrow p = -\frac{1}{2}$

Q25 Text Solution:

दिया गया है, $y = \log_e\left(\sin\left(\frac{x^2}{3}-1\right)\right)$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin\left(\frac{x^2}{3}-1\right)}\cos\left(\frac{x^2}{3}-1\right)\frac{2x}{3}$

$= \frac{2x}{3}\cot\left(\frac{x^2}{3}-1\right)$

पुनः अवकलन करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$\frac{d^2y}{dx} = \frac{2}{3}\cot\left(\frac{x^2}{3}-1\right) - \frac{2x}{3}\,\text{cosec}^2\left(\frac{x^2}{3}-1\right)$

$\cdot \frac{2x}{3}$

$= \frac{2}{3}\cot\left(\frac{x^2}{3}-1\right) - \left(\frac{2x}{3}\right)^2\text{cosec}^2\left(\frac{x^2}{3}-1\right)$

$= \frac{2}{3}\cot\left(\frac{x^2}{3}-1\right) - \frac{4x^2}{9}\,\text{cosec}^2\left(\frac{x^2}{3}-1\right)$

Q26 Text Solution:

हमारे पास है,

$z = \tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \cot^{-1}\frac{3}{2}\right)$

$= \frac{\tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5}\right)+\tan\left(\cot^{-1}\frac{3}{2}\right)}{1-\tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5}\right)\tan\left(\cot^{-1}\frac{3}{2}\right)}$

$\left[\because \tan\left(A+B\right) = \frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\cdot\tan B}\right]$

मान लीजिए $a = \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ । समकोण त्रिभुज के गुणों से, $\tan(a) = \frac{3}{4}$, इसलिए

$\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right).$

$cot^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

$= \frac{\tan\left(\tan^{-1}\frac{3}{4}\right)+\tan\left(\tan^{-1}\frac{2}{3}\right)}{1-\tan\left(\tan^{-1}\frac{3}{4}\right)\tan\left(\tan^{-1}\frac{2}{3}\right)}$

$= \frac{\frac{3}{4}+\frac{2}{3}}{1-\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}} = \frac{\frac{17}{12}}{1-\frac{6}{12}} = \frac{\frac{17}{12}}{\frac{6}{12}} = \frac{17}{6}$

$\Longrightarrow 6z = 6\times\frac{17}{6} = 17$

Q27 Text Solution:

दिया गया है, $x = \sqrt{t}, y = \sin t$

$\Rightarrow y = \sin\left(x^2\right)$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \cos\left(x^2\right)\cdot 2x$

और

$\frac{d^2y}{dx^2} = \cos\left(x^2\right)\cdot 2 + \left(-\sin\left(x^2\right)\right)\cdot 2x\cdot 2x$

$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 2\cos\left(x^2\right) - 4x^2\sin\left(x^2\right)$

दिए गए समीकरण से तुलना करने पर, हमें $a = 2$ और $b = -4$ प्राप्त होता है

$\therefore a^2 + b^2 = 4 + 16 = 20$

अतः, विकल्प (C) सही विकल्प है।

Q28 Text Solution:

हमारे पास है, $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0, x \neq y$

$\Rightarrow x^2(1+y) = y^2(1+x)$

$\Rightarrow x^2 + x^2y = y^2 + xy^2$

$\Rightarrow x^2 - y^2 + xy(x-y) = 0$

$\Rightarrow (x-y)(x+y) + xy(x-y) = 0$

$\Rightarrow (x-y)(x+y+xy) = 0$

$\Rightarrow x - y = 0$ या $x + y + xy = 0$

$\because x \neq y$ अतः $x + y + xy = 0$....(i)

$1 + \frac{dy}{dx} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx}\left(1+x\right) = -\left(1+y\right) \Rightarrow \frac{dy}{dx} =$....(ii)

$-\frac{(1+y)}{(1+x)}$

अब $x = -3$ पर, समीकरण (i) से हमें प्राप्त होता है

$-3 + y - 3y = 0 \Rightarrow -2y = 3 \Rightarrow y = -3/2$

समीकरण (ii) से, हमें प्राप्त होता है

$\frac{dy}{dx} = -\frac{\left(1-\frac{3}{2}\right)}{1-3} = -\frac{-\frac{1}{2}}{-2} = -\frac{1}{4}$

$\therefore 2\frac{dy}{dx} + y = 2\left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) = -2$

Q29 Text Solution:

हमारे पास है, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल, $S = 4\pi r^2$

$\Rightarrow \frac{dS}{dt} = 8\pi r\frac{dr}{dt} = 8\pi \times 20 \times 0.5$

$[\because r = 20$ सेमी और $\frac{dr}{dt} = 0.5$ सेमी/मिनट$]$

$= 80\pi$ सेमी^{2}/मिनट

अतः, विकल्प (D) सही विकल्प है।

Q30 Text Solution:

वक्रों के दिए गए समीकरण इस प्रकार हैं:

$x(\theta) = 2\sqrt{2}(\cos\theta + \theta\sin\theta)$....(i)
$y(\theta) = 2\sqrt{2}(\sin\theta - \theta\cos\theta)$.....(ii)
समीकरण (i) और (ii) का 'θ' के सापेक्ष अवकलन करने पर:
$\frac{dx}{d\theta} = 2\sqrt{2}(-\sin\theta + \sin\theta + \theta\cos\theta)$
$\Rightarrow \frac{dx}{d\theta} = 2\sqrt{2}\theta\cos\theta$....(iii)
और
$\frac{dy}{d\theta} = 2\sqrt{2}(\cos\theta - \cos\theta + \theta\sin\theta)$
$\Rightarrow \frac{dy}{d\theta} = 2\sqrt{2}\theta\sin\theta$.....(iv)
$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2\sqrt{2}\theta\sin\theta}{2\sqrt{2}\theta\cos\theta} = \tan\theta$ (समीकरण (iii) और (iv) से)
अब, $\frac{dy}{dx}\Big|_{\theta=\frac{\pi}{4}} = \tan\frac{\pi}{4} = 1$
साथ ही, $x\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$
$= 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$
और $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}\left[\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$
$= 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$
अब, स्पर्श रेखा का अभीष्ट समीकरण है
$y - y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{dy}{dx}\Big|_{\theta=\frac{\pi}{4}}\right)\left[x - x\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$
$\Rightarrow y - 2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 1\left[x - 2\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)\right]$
$\Rightarrow y - x = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x - y = \pi$

Q31 Text Solution:

(d) A.
$\vec{r}\cdot\left(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}\right) = 2 \Rightarrow \left(x\hat{i} + y\hat{j} + zk\right)$
$\cdot\left(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}\right) = 2$
$\Rightarrow x - y + z - 2 = 0$
$\therefore$ दूरी, $d = \left|\frac{1+1+1-2}{\sqrt{3}}\right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$ इकाइयाँ
B. $\vec{r}\cdot\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right) = 2$
$\Rightarrow \left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right) = 2$
$\Rightarrow x + y + z = 2$
C.
$\because \vec{r}\cdot\left(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}\right) = 5 \Rightarrow \left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$
$\cdot\left(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}\right) = 5$
$\Rightarrow x + y - z - 5 = 0$
दूरी $d = \left|\frac{1-1-1-5}{\sqrt{3}}\right| = \left|\frac{-6}{\sqrt{3}}\right| = 2\sqrt{3}$ इकाइयाँ
D. $\vec{r}\cdot\left(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right) = 5$
$\Rightarrow \left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)\left(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right) = 5$
$\Rightarrow -x + y + z = 5$

Q32 Text Solution:

(d) यहां,
$\overrightarrow{OA} = \left(a - 0\right)\hat{i} + \left(a - 0\right)\hat{j} + \left(a - 0\right)\hat{k}$
$\Rightarrow \overrightarrow{OA} = a\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k} = a\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right)$
और
$\overrightarrow{BE} = \left(a - 0\right)\hat{i} + \left(0 - a\right)\hat{j} + \left(0 - a\right)\hat{k}$
$\Rightarrow \overrightarrow{BE} = a\hat{i} - a\hat{j} - a\hat{k} = a\left(\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}\right)$
मान लें कि θ, $\overrightarrow{OA}$ और $\overrightarrow{BE}$ के बीच का कोण है, तो
$\cos\theta = \left|\frac{a^2\left[\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)\cdot\left(\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}\right)\right]}{\sqrt{3}a\cdot\sqrt{3}a}\right| = \left|\frac{1-1-1}{3}\right|$
$= \frac{1}{3}$
$\therefore \theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

Q33 Text Solution:

गोली के पथ के लिए दिए गए प्राचलिक समीकरण (parametric equations) इस प्रकार हैं:
$x = 2t$....(i)
$y = t - 2$....(ii)
$z = 5 - t$....(iii)
समीकरण (i), (ii) और (iii) से समय 't' का मान निकालने पर:
$t = \frac{x}{2},\ t = \frac{y+2}{1},\ t = \frac{z-5}{-1}$
चूँकि ये सभी 't' के बराबर हैं, इसलिए पथ का सममित समीकरण (Symmetric Equation) होगा:
$\frac{x}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{-1}$
उपरोक्त समीकरण एक सरल रेखा के मानक रूप $\frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c}$ को संतुष्ट करता है।
यहाँ रेखा के **दिक्-अनुपात (Direction Ratios)** $(a,\ b,\ c) = (2,\ 1,\ -1)$ हैं।
अतः गोली का पथ दिक्-अनुपात 2, 1, -1 वाली एक सरल रेखा है।

सही विकल्प: B

Q34 Text Solution:

विकल्प (C) के लिए, $\left(\frac{24}{7}, \frac{33}{7}\right)$

$\Rightarrow 8x + 6y \leq 48 \Rightarrow 8 \times \frac{24}{7} + 6 \times \frac{33}{7} = 55$

$.71 > 48$

इसलिए, यह व्यवरोध को संतुष्ट नहीं करता है।

दिए गए सभी विकल्पों में से केवल विकल्प (C) में बिंदु अर्थात्, $\left(\frac{24}{7}, \frac{33}{7}\right)$ दिए गए व्यवरोध को संतुष्ट नहीं करता है।

इसलिए, यह कोई कोनीय बिंदु नहीं हो सकता।

Q35 Text Solution:

मान लीजिए दो सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ इस प्रकार कि

$\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| = 1$

और $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = 1$

$\Rightarrow \left|\vec{a} + \vec{b}\right|^2 = 1$

$\Rightarrow \left(\vec{a} + \vec{b}\right) \cdot \left(\vec{a} + \vec{b}\right) = 1$

$\Rightarrow \left|\vec{a}\right|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} + \left|\vec{b}\right|^2 = 1$

$\Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2}$

अब, $\left|\vec{a} - \vec{b}\right|^2 = \left(\vec{a} - \vec{b}\right) \cdot \left(\vec{a} - \vec{b}\right)$

$= \left|\vec{a}\right|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a} + \left|\vec{b}\right|^2$

$= 1 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 1 = 2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right) = 3$

$\therefore \left|\vec{a} - \vec{b}\right| = \sqrt{3}$

Q36 Text Solution:

हमारे पास है,

$\hat{i} \cdot \left(\hat{j} \times \hat{k}\right) + \hat{j} \cdot \left(\hat{k} \times \hat{i}\right) + \hat{k} \cdot \left(\hat{i} \times \hat{j}\right)$

$= \hat{\mathrm{i}} \cdot \left(\hat{\mathrm{i}}\right) + \hat{\mathrm{j}} \cdot \left(\hat{\mathrm{j}}\right) + \hat{\mathrm{k}} \cdot \left(\hat{\mathrm{k}}\right)$

$= 1 + 1 + 1 = 3$

Q37 Text Solution:

हमारे पास है, $\left|\vec{\mathrm{a}} - \vec{\mathrm{b}}\right| = 10$

$\Rightarrow \left|\vec{a} - \vec{b}\right|^2 = 100$

$\Rightarrow \left(\vec{a} - \vec{b}\right) \cdot \left(\vec{a} - \vec{b}\right) = 100$

$\Rightarrow \left|\vec{a}\right|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a} + \left|\vec{b}\right|^2 = 100$

$\Rightarrow \left(8\right)^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \left(6\right)^2 = 100$

$\left[\because \left|\vec{a}\right| = 8 \text{ और } \left|\vec{b}\right| = 6\right]$

$\Rightarrow 64 - 2a \cdot b + 36 = 100$

$\Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

अतः $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण $\frac{\pi}{2}$ है।

Q38 Text Solution:

दिए गए व्यवरोध (Constraints) इस प्रकार हैं:

$x + y \geq 10$

$3x + 5y \leq 15$

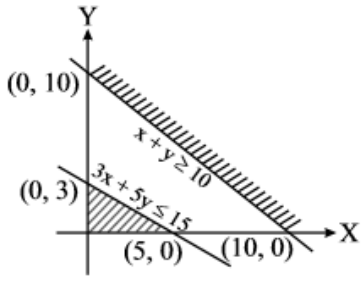
$x \geq 0,\ y \geq 0$

प्रथम व्यवरोध $x + y \geq 10$ के लिए:

- यदि $x = 0$, तो $y = 10$ (बिंदु A: 0, 10)
- यदि $y = 0$, तो $x = 10$ (बिंदु B: 10, 0)
- यह रेखा मूल बिंदु (0,0) से दूर वाले क्षेत्र को दर्शाती है।

द्वितीय व्यवरोध $3x + 5y \leq 15$ के लिए:

- यदि $x = 0$, तो $y = 3$ (बिंदु C: 0, 3)
- यदि $y = 0$, तो $x = 5$ (बिंदु D: 5, 0)
- यह रेखा मूल बिंदु (0,0) की ओर वाले क्षेत्र को दर्शाती है।



पहला क्षेत्र मूल बिंदु से बहुत दूर (x+y ≥ 10) स्थित है, जबकि दूसरा क्षेत्र मूल बिंदु के बहुत करीब (3x+5y ≤ 15) स्थित है। इन दोनों क्षेत्रों के बीच कोई भी उभयनिष्ठ

(Common) बिंदु नहीं है जो सभी व्यवरोधों को एक साथ संतुष्ट कर सके।
चूँकि कोई सुसंगत क्षेत्र (Feasible Region) मौजूद नहीं है, इसलिए समस्या असुसंगत (Inconsistent) है।
सही विकल्प: B

Q39 Text Solution:
गेंदों की प्रारंभिक स्थिति इस प्रकार है:
लाल गेंदों की संख्या = 5
काली गेंदों की संख्या = 7
कुल गेंदों की संख्या = 12
दी गई शर्त के अनुसार, पहली गेंद लाल और दूसरी गेंद काली निकल चुकी है (बिना प्रतिस्थापन के):
1. पहली गेंद लाल निकलने के बाद शेष गेंदें: 4 लाल, 7 काली (कुल = 11)
2. दूसरी गेंद काली निकलने के बाद शेष गेंदें: 4 लाल, 6 काली (कुल = 10)
अब, तीसरी गेंद के लाल होने की प्रायिकता (R_3) ज्ञात करने के लिए:

$$P\left(R_3 \middle| R_1 \cap B_2\right) = \frac{\text{शेष लाल गेंदों की संख्या}}{\text{कुल शेष गेंदों की संख्या}}$$

$\Rightarrow P = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
सही विकल्प: A

Q40 Text Solution:
चूँकि, $\mathrm{P}\left(\left(\mathrm{A}' \cap \mathrm{B}'\right)'\right) = \mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$
$\therefore \mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \frac{3}{5}$
हम जानते हैं,
$\mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \mathrm{P}(\mathrm{A}) + \mathrm{P}(\mathrm{B}) - \mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$
चूँकि, घटनाएँ स्वतंत्र हैं, तो $P(A \cap B) = \mathrm{P}(\mathrm{A}).\mathrm{P}(\mathrm{B})$
$\therefore \mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \mathrm{P}(\mathrm{A}) + \mathrm{P}(\mathrm{B}) - \mathrm{P}(\mathrm{A})(\mathrm{B})$
$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \mathrm{P}(\mathrm{B}) - \frac{1}{2} \times \mathrm{P}(\mathrm{B})$
[दिया गया है $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \frac{1}{2}$]
$\Rightarrow \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{B})}{2} \Rightarrow \frac{\mathrm{P}(\mathrm{B})}{2} = \frac{1}{10} \Rightarrow \mathrm{P}(\mathrm{B}) = \frac{1}{5}$

Q41. Text Solution:
रेखा $\frac{x-x_1}{A_1} = \frac{y-y_1}{B_1} = \frac{z-z_1}{C_1}$ और तल $A_2x + \mathrm{B}_2\mathrm{y} + \mathrm{C}_2\mathrm{z} + \mathrm{D}_2 = 0$ के लिए न्यून कोण θ निम्न द्वारा दिया जाता है:

$$\sin\theta = \left|\frac{\mathrm{A}_1\,\mathrm{A}_2 + \mathrm{B}_1\,\mathrm{B}_2 + \mathrm{C}_1\mathrm{C}_2}{\sqrt{\mathrm{A}_1^2 + \mathrm{B}_1^2 + \mathrm{C}_1^2}\sqrt{\mathrm{A}_2^2 + \mathrm{B}_2^2 + \mathrm{C}_2^2}}\right|$$

$\therefore$ अपेक्षित न्यून कोण,

$$\sin\theta = \left|\frac{10.2 + 2.3 - 11.6}{\sqrt{10^2 + 2^2 + (-11)^2}\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}}\right|$$

$= \left|\frac{-40}{105}\right| = \frac{8}{21}$
$\therefore \theta = \sin^{-1}\left(\frac{8}{21}\right)$

Q42. Text Solution:
रेखा का समीकरण है: $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{6} = \lambda$
$\therefore$ रेखा $\equiv (2\lambda - 1, 3\lambda, 6\lambda + 3)$ पर एक बिंदु है।
इस बिंदु को तल के समीकरण में रखने पर हमें प्राप्त होता है:

$$10(2\lambda - 1) + 2(3\lambda) - 11(6\lambda + 3) - 3 = 0$$
$$\Rightarrow 20\lambda - 10 + 6\lambda - 66\lambda - 33 - 3 = 0$$
$$\Rightarrow -40\lambda = 46 \Rightarrow \lambda = -\frac{23}{20}$$

$\therefore$ अपेक्षित प्रतिच्छेदन बिंदु है
$\left[2 \times \left(\frac{-23}{20}\right) - 1, 3 \times \left(\frac{-23}{20}\right), 6 \times \left(\frac{-23}{20}\right) + 3\right]$
या, $\left(\frac{-46}{20} - 1, -\frac{69}{20}, \frac{-138}{20} + 3\right)$
या, $\left(\frac{-33}{10}, \frac{-69}{20}, \frac{-39}{10}\right)$

Q43. Text Solution:
मूल बिंदु का निर्देशांक $\equiv (0, 0, 0)$

$$\text{अपेक्षित दूरी} = \left|\frac{10\times0 + 2\times0 - 11\times0 - 3}{\sqrt{(10)^2 + (2)^2 + (-11)^2}}\right|$$

$$= \left|\frac{-3}{\sqrt{225}}\right| = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}\ \text{unit}$$

Q44. Text Solution:
लंब के पाद के निर्देशांक (α, β, γ) हैं।
अतः, $\frac{\alpha-0}{10} = \frac{\beta-0}{2} = \frac{\gamma-0}{-11} = \frac{-(-3)}{225}$
$\therefore \alpha = \frac{30}{225} = \frac{2}{15}$
$\beta = \frac{6}{225} = \frac{2}{75}$
और $\gamma = \frac{-33}{225} = \frac{-11}{75}$

इसलिए, $(\alpha, \beta, \gamma) \equiv \left(\frac{2}{15}, \frac{2}{75}, \frac{-11}{75}\right)$

Q45. Text Solution:

$\because$ z-अक्ष पर x और y निर्देशांक शून्य हैं।

अतः, $10 \times 0 + 2 \times 0 - 11z - 3 = 0 \quad \Rightarrow$

$z = \frac{-3}{11}$

$\therefore$ अपेक्षित बिंदु $\left(0, 0, \frac{-3}{11}\right)$ हैं।

Q46. Text Solution:

आयतन, $V(x) =$ लंबाई $\times$ चौड़ाई $\times$ ऊँचाई

$= (8 - 2x) \times (3 - 2x) \times x$

$= x\left(24 + 4x^2 - 22x\right)$

$= 4x^3 - 22x^2 + 24x$

Q47. Text Solution:

हमारे पास है, $f(x) = 4x^3 - 22x^2 + 24x$

$\therefore f'(x) = 12x^2 - 44x + 24$

Q48. Text Solution:

अधिकतम मान के लिए, $f'(x) = 0$

$\Rightarrow 12x^2 - 44x + 24 = 0$

$\Rightarrow 3x^2 - 11x + 6 = 0$

$\Rightarrow 3x^2 - 9x - 2x + 6 = 0$

$\Rightarrow 3x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$

$\Rightarrow (x - 3)(3x - 2) = 0$

$\Rightarrow x = 3$ or $x = \frac{2}{3}$

अब, $f''(x) = 24x - 44$

$x = 3$ पर,

$f''(3) = 24 \times 3 - 44 = 72 - 44 = 28 > 0$

$x = \frac{2}{3}$ पर, f "

$\left(\frac{2}{3}\right) = 24 \times \frac{2}{3} - 44 = 16 - 44 = -28 < 0$

अतः, $f(x)$ का अधिकतम मान $x = \frac{2}{3}$ पर प्राप्त होता है।

इसलिए, आयतन अधिकतम तब होता है जब $x = \frac{2}{3}$ है।

Q49. Text Solution:

कार्टन की लंबाई

$= 8 - 2x = 8 - 2 \times \frac{2}{3} = 8 - \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$ m

Q50. Text Solution:

हमारे पास आयतन है, $V(x) = 4x^3 - 22x^2 + 24x$

At $x = \frac{2}{3}$

$$V\left(\frac{2}{3}\right) = 4\left(\frac{2}{3}\right)^3 - 22\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 24\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= 4 \times \frac{8}{27} - 22 \times \frac{4}{9} + \frac{48}{3}$$

$$= \frac{32}{27} - \frac{88}{9} + \frac{48}{3} = \frac{200}{27} \text{ m}^3$$

Android App | iOS App | PW Website